

Mouvements de la mer

par **René BONNEFILLE**

Docteur ès Sciences

Ingénieur de l'École Nationale Supérieure d'Électrotechnique et d'Hydraulique de Toulouse

Professeur d'Hydraulique Maritime

à l'École Nationale Supérieure des Techniques Avancées

et à l'École Nationale des Ponts et Chaussées

1. Marée	C 4 610 - 2
1.1 Description du phénomène	— 2
1.1.1 Terminologie	— 2
1.1.2 Types de marées	— 2
1.2 Forces génératrices des marées.....	— 3
1.3 Prévision des marées	— 4
2. Houle	— 5
2.1 Théories de la houle	— 5
2.1.1 Généralités	— 5
2.1.2 Modèles mathématiques	— 6
2.2 Déformation de la houle au cours de sa propagation	— 8
2.2.1 Déferlement.....	— 8
2.2.2 Réflexion. Clapotis.....	— 9
2.2.3 Réfraction	— 11
2.2.4 Diffraction	— 12
2.3 Observation et mesure de la houle	— 13
2.3.1 Mâts de houle	— 15
2.3.2 Méthodes optiques.....	— 15
2.3.3 Houlographes à ultrasons.....	— 15
2.3.4 Houlographes à pression	— 15
2.3.5 Bouées accélérométriques.....	— 15
2.3.6 Mesures satellitaires.....	— 16
2.4 Prévision de la houle	— 16
2.4.1 Utilisation de l'abaque de Bretschneider.....	— 16
2.4.2 Utilisation des spectres d'énergie.....	— 16
2.5 Théorie statistique de la houle	— 16
2.5.1 Hauteur de houle significative.....	— 16
2.5.2 Détermination des hauteurs de houle extrêmes.....	— 18
2.5.3 Houle de projet, durée de retour et risque	— 18
Références bibliographiques	— 19

Le milieu marin est toujours agité [1] ; cette agitation se manifeste principalement sous forme de phénomènes de grande période de l'ordre de grandeur de la demi-journée ou de la journée : les **marées**, et sous forme de phénomènes de courte période : la **houle** et les **seiches**. La marée est d'origine astronomique. La houle est engendrée par le vent. Les seiches sont les oscillations qui affectent certains bassins portuaires ou golfes ; elles ont une période de l'ordre de grandeur de la minute ; elles peuvent être dues à des variations des conditions météorologiques.

Des courants accompagnent ces agitations : les **courants de marée**, relativement faibles loin des côtes, peuvent atteindre des vitesses de plusieurs mètres par seconde près des côtes. Ils affectent pratiquement toute la profondeur d'eau avec la même intensité. Comme ils varient lentement dans le temps, ils peuvent être considérés comme constants à l'échelle de l'heure.

Les **courants de houle** sont alternatifs et très forts lors des tempêtes (plusieurs mètres par seconde). Ils affectent surtout la tranche d’eau située près de la surface (de 5 à 10 m d’épaisseur) ; leur importance décroît avec la profondeur.

Enfin, il existe des **courants de faible vitesse** (5 à 30 cm par seconde) dus à l’entraînement des eaux superficielles par le vent, ou aux différences de densité de l’eau liées aux variations de salinité ou de température.

Le lecteur pourra se reporter aux articles **Modèles en hydraulique maritime** [C 182] et **Modèles mathématiques en hydraulique et en hydrologie** [C 180] dans ce traité, ainsi qu’à la rubrique **Mécanique des fluides** dans le traité Sciences fondamentales.

Notations et symboles	
Symbole	Définition
c	célérité de la houle
D	fetch
d	profondeur
E	énergie
g	accélération de la pesanteur
H	hauteur ou creux
H_i	hauteur de houle incidente
H_r	hauteur de houle réfléchie
L	longueur d’onde de la houle
p	pression de l’eau
p_m	surpression maximale
r	distance d’un point au musoir
T	période de la houle
t	temps
u	composante de la vitesse suivant x
V	vitesse du fluide
W	vitesse du vent
w	composante de la vitesse suivant z
x	abscisse
z	cote
α	angle du talus
γ	cambrure
ε	largeur du spectre d’énergie
ζ	cote de la surface libre
ζ_m	cote moyenne de la surface libre
ρ	masse volumique de l’eau
τ	coefficient de réflexion d’une paroi inclinée

1. Marée

1.1 Description du phénomène

1.1.1 Terminologie

On appelle marée le mouvement périodique qui affecte le niveau général des mers et des océans, et dont la manifestation la plus fréquente, en particulier sur les côtes françaises, est une oscillation d’amplitude très variable (de 0,3 à 15 m) et de période de l’ordre de grandeur de la demi-journée ou de la journée.

Le vocabulaire relatif aux marées est riche du fait de son importance dans la vie des hommes. On appelle **marnage** l’amplitude totale de variation du plan d’eau entre la **basse mer** et la **pleine mer** suivante ; la période au cours de laquelle la marée monte est le **montant** (figure 1) ; le niveau baisse pendant le **perdant**. La variation du niveau de l’eau est accompagnée de courants de même période, appelés **courants de marée**, qui transportent les énormes masses d’eau déplacées par la marée. On appelle en général **flot** le courant correspondant au montant, et **jusant** le courant du perdant.

La marée est une onde en ce sens qu’elle est fonction périodique du temps et de l’espace. La déformation de la surface de la mer est caractérisée de la façon suivante : le lieu des pleines mers est appelé **ligne cotidiale de pleine mer**. Les cartes de lignes cotidiales, graduées en heures ou demi-heures, décrivent l’allure de propagation de la marée dans une mer (figure 2).

Les **roses de courant** permettent de représenter graphiquement les courants de marée, surtout s’ils sont giratoires. Une rose de courant (figure 3a) est l’hodographe du vecteur vitesse, gradué en temps (en général en douzièmes de la période de la marée) ; elle est souvent elliptique, mais parfois de forme compliquée au voisinage des grandes irrégularités topographiques. Un autre procédé de représentation des courants est le graphique de variation de l’intensité de la vitesse et de son cap en fonction du temps (figure 3b).

1.1.2 Types de marées

Le mode de succession et de périodicité des marées est très différent d’un point du globe terrestre à un autre. Il existe trois types principaux de marée et toutes les nuances intermédiaires.

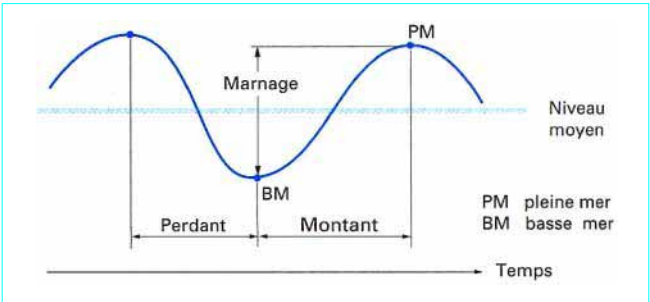


Figure 1 – Variation du niveau de la mer

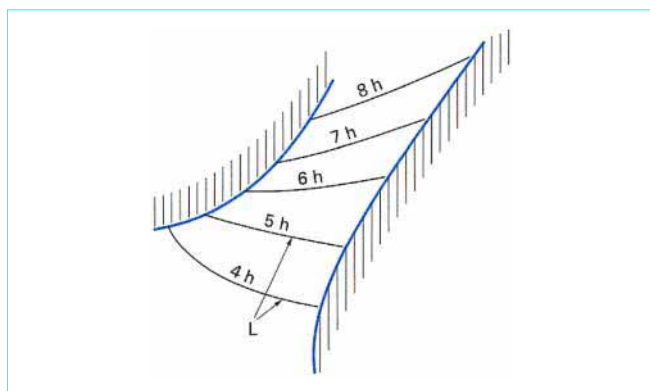


Figure 2 – Carte de lignes cotidiales L, graduée en heures

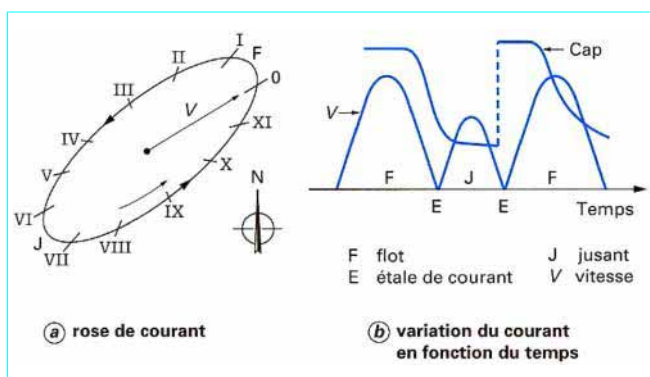


Figure 3 – Représentation des courants de marée

1.1.2.1 Marée semi-diurne à irrégularité mensuelle

Ce type de marée (figure 4) se rencontre sur les côtes françaises, excepté en Méditerranée. La période, dite semi-diurne lunaire, vaut en moyenne 12 h 24 min, c'est-à-dire la moitié de la durée qui sépare deux passages consécutifs de la lune au méridien du lieu. L'amplitude de la marée est modulée avec une périodicité de 14,5 j correspondant à une demi-lunaison.

Le marnage est maximal au moment de la pleine ou de la nouvelle lune : c'est la **vive-eau** ; il est minimal au premier et au dernier quartier : c'est la **morte-eau** ; le **revif** et le **déclin** séparent ces deux périodes. Le marnage de vive-eau et morte-eau varie au cours de l'année.

1.1.2.2 Marée diurne à irrégularité mensuelle

C'est le cas des marées en Mer de Chine et à Tahiti ; la période est alors diurne (24 h ou 24 h 50 min) ; le marnage est modulé suivant l'âge de la lune.

1.1.2.3 Marée mixte

C'est le cas de la marée en Méditerranée, à Saigon, etc. Il s'agit d'une combinaison des marées semi-diurne et diurne, toutes deux modulées mensuellement ou bimensuellement, ce qui conduit à des lois de variation du niveau de l'eau très compliquées (figure 5).

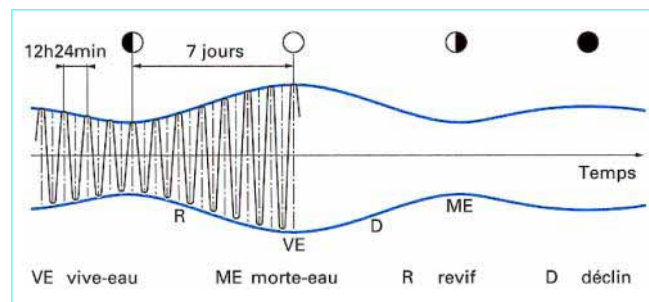


Figure 4 – Marée à période semi-diurne lunaire



Figure 5 – Marée mixte

1.2 Forces génératrices des marées

La corrélation entre le mouvement de la mer et les positions des astres, surtout du Soleil et de la Lune, est connue depuis la Haute Antiquité, mais les premières théories satisfaisantes sont dues à Laplace et à Newton.

L'hypothèse de base est que les masses s'attirent proportionnellement à leur produit et inversement proportionnellement au carré de leur distance ; parmi les astres, seuls la Lune et le Soleil ont un effet non négligeable, d'ailleurs du même ordre de grandeur, sur chaque particule d'eau à la surface de la Terre (figure 6). Les particules d'eau situées du côté où se trouve l'astre sont, par unité de masse, plus attirées que la Terre, parce que plus près de l'astre ; celles situées du côté de l'ombre sont moins attirées. Il en résulte que, par rapport à la Terre, supposée en première approximation indéformable, les molécules d'eau situées du côté jour semblent attirées vers l'astre, et les molécules du côté nuit semblent repoussées par l'astre. Mais comme la Terre tourne et que chaque molécule d'eau conserve à peu près la même latitude pendant une rotation, l'eau subit pendant le jour une attraction vers l'astre, qui tend à l'éloigner du centre de la Terre, et pendant la nuit une répulsion de l'astre, qui tend encore à l'éloigner du centre de la Terre. Il en résulte que chaque particule d'eau est soumise à une force qui tend à l'éloigner de la Terre (figure 7). La période fondamentale de cette force qui passe par deux maximums par jour est donc la demi-journée. Mais comme l'astre se déplace pendant une révolution de la Terre, finalement le fondamental de la force s'exerçant sur l'eau est la demi-période du jour apparent de l'astre attirant. De plus, au cours de l'année, la distance de l'astre à la Terre varie, de sorte que cette force est modulée annuellement.

Ce phénomène se produit aussi bien pour le Soleil que pour la Lune, laquelle a cependant un effet deux à trois fois plus fort que celui du Soleil. Lorsque la Terre, le Soleil et la Lune sont sensiblement alignés (nouvelle ou pleine Lune), c'est-à-dire aux **syzygies**, les forces d'attraction dues à la Lune et au Soleil concourent (figure 8), et la force résultante est maximale : c'est la vive-eau. Au contraire, aux périodes des quadratures, les attractions dues aux deux astres se contrarient (figure 9) et la force résultante est plus faible : c'est la morte-eau.

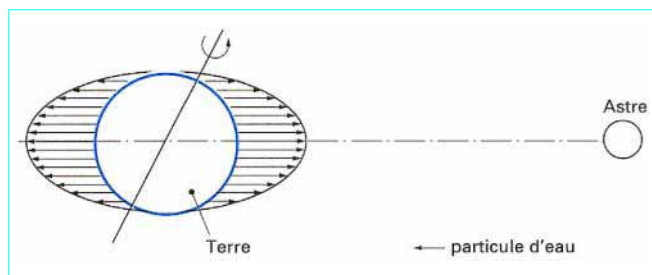


Figure 6 – Attraction sur les particules d'eau par rapport à la Terre

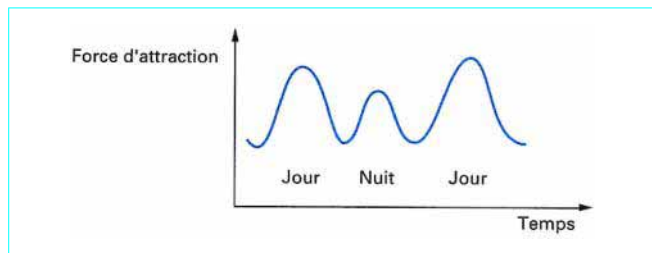


Figure 7 – Force génératrice des marées en fonction du temps

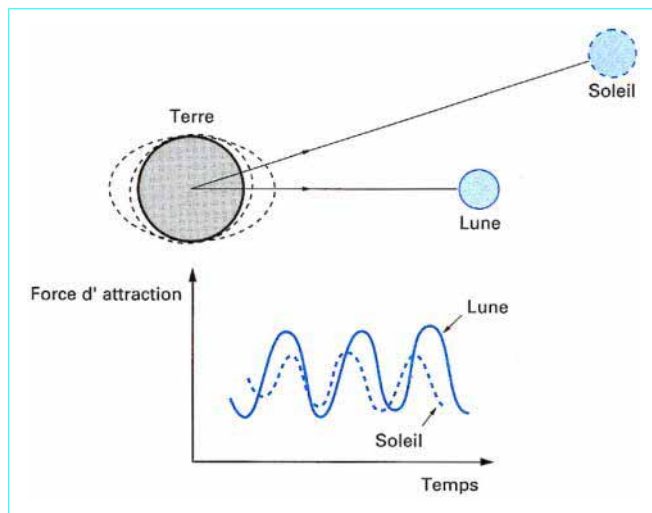


Figure 8 – Position des astres et variation des forces dues à la Lune et au Soleil, en vive-eau

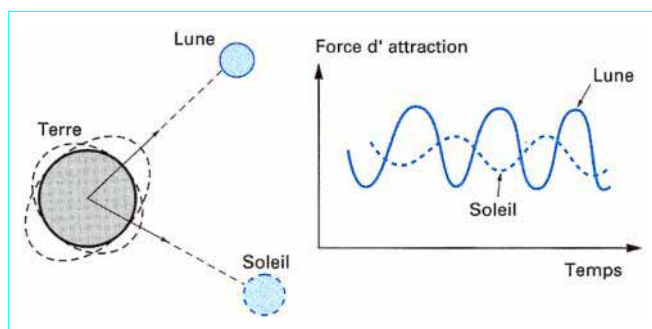


Figure 9 – Position des astres et variation des forces dues à la Lune et au Soleil, en morte-eau

La force génératrice des marées possède donc un caractère éminemment périodique, dont les composantes principales sont les suivantes :

- **semi-diurne** lunaire (12 h 24 min) ou solaire (12 h) ;
- **diurne** (24 h 50 min ou 24 h), car l'attraction de jour est plus forte que celle de la nuit du fait de la variation de la distance à l'astre ;
- **mensuelle** (29 j 12 h 22 min), due aux positions respectives de la Lune et du Soleil, c'est-à-dire la révolution synodique ;
- **annuelle** à cause de la variation de la distance de la Terre au Soleil et de la déclinaison de la Terre.

En fait, la période de la force génératrice des marées est celle pour laquelle la Terre, le Soleil et la Lune se retrouvent dans les mêmes positions respectives : c'est le **saros** (18 ans 2/3 environ). On explique ainsi les différentes périodes observées et le fait que les marées les plus fortes ont lieu aux pleines lunes d'équinoxe, car le Soleil est alors le plus près. Ce sont les vives-eaux exceptionnelles, auxquelles correspondent d'ailleurs les mortes-eaux exceptionnelles, car le Soleil contrarie l'action de la Lune au maximum.

Cette force génératrice périodique s'exerce sur toute la surface de la Terre, mais les particules d'eau n'en suivent pas toutes les sollicitations. La forme du bassin océanique joue le rôle de filtre sélectif. C'est ainsi que certains océans ou mers résonnent sur la période semi-diurne (Atlantique), d'autres sur la période diurne (Pacifique, Méditerranée). L'amplitude du marnage dépend aussi du degré de résonance du bassin, car les forces génératrices des marées sont incapables de soulever la mer sur plusieurs mètres.

1.3 Prévision des marées

La théorie de Laplace consiste à admettre qu'à chaque terme du potentiel correspond une oscillation dont l'amplitude et la phase locales ne dépendent que du lieu considéré [2].

La pleine mer est en retard sur le passage de la Lune au méridien d'une quantité appelée **l'établissement du port** et connue à partir des observations. Lorsque la Lune et le Soleil passent ensemble au méridien à midi ou à minuit, l'établissement du port est sensiblement l'heure vraie de la pleine mer.

Sur les côtes françaises de l'Atlantique et de la Manche, la marée a une amplitude proportionnelle à celle de Brest, prise comme référence ; cette remarque permet de déterminer les marées de tous les ports français, connaissant la marée de Brest et le rapport entre les amplitudes des marées du port considéré et celle de Brest. Pour chaque port est définie une unité de hauteur correspondant au demi-marnage à la syzygie d'équinoxe, où le Soleil et la Lune sont à leur distance moyenne de la Terre ; cette marée est affectée du coefficient 100. Les autres jours, le marnage s'obtient par proportion à partir du coefficient du jour à Brest. La gamme de variation des coefficients de marée s'étend de 20 pour les marées les plus petites à 120 pour les marées de vive-eaux exceptionnelles ; les coefficients de vive-eau et morte-eau moyennes sont 95 et 45 ; la marée moyenne a pour coefficient 70 (tableau 1).

Exemple : l'unité de hauteur à Saint-Malo, lue sur la carte marine, est 5,67 m ; le marnage lors d'une marée de coefficient 80 vaut :

$$5,67 \times 2 \times \frac{80}{100} = 9,07 \text{ m}$$

**Tableau 1 – Heure de la pleine mer et coefficients
(en centièmes) de la marée à Brest
(au premier trimestre 1976)**

Janvier			Février			Mars		
Jour	Heure h min	Coeff.	Jour	Heure h min	Coeff.	Jour	Heure h min	Coeff.
1 J	4 33	85	1 D	5 44	89	1 L	5 23	88
	16 55	87		18 01	90		17 39	89
2 V	5 17	89	2 L	6 18	90	2 MA	5 54	90
	17 38	90		18 34	89		18 09	90
3 S	5 58	90	3 MA	6 50	87	3 ME	6 24	89
	18 18	89		19 06	85		18 38	88
4 D	6 37	87	4 ME	7 21	82	4 J	6 52	85
	18 55	85		19 36	79		19 07	83
5 L	7 14	82	5 J	7 52	75	5 V	7 21	79
	19 31	79		20 08	70		19 36	75
6 MA	7 50	75	6 V	8 24	65	6 S	7 51	71
	20 07	71		20 42	60		20 07	66
7 ME	8 25	66	7 S	9 00	55	7 D	8 24	61
	20 45	62		21 22	50		20 44	55
8 J	9 05	57	8 D	9 46	45	8 L	9 04	50
	21 26	53		22 13	41		21 29	45
9 V	9 50	48	9 L	10 46	38	9 MA	9 58	40
	22 16	45		23 24	36		22 34	37
10 S	10 46	42	10 MA	12 06	36	10 ME	11 16	35
	23 19	40						
11 D	11 54	39	11 ME	0 49	38	11 J	0 03	36
				13 31	42		12 49	40
12 L	0 31	39	12 J	2 07	47	12 V	1 32	45
	13 08	41		14 39	54		14 07	53
13 MA	1 42	44	13 V	3 07	61	13 S	2 38	61
	14 13	49		15 32	69		15 05	69
14 ME	2 42	53	14 S	3 55	77	14 D	3 29	78
	15 08	59		16 18	84		15 52	87
15 J	3 32	65	15 D	4 39	91	15 L	4 14	95
	15 55	71		17 00	98		16 36	103
16 V	4 16	76	16 L	5 20	104	16 MA	4 57	109
	16 37	82		17 41	108		17 18	113
17 S	4 58	87	17 MA	6 02	111	17 ME	5 38	116
	17 19	92		18 22	112		18 00	117
18 D	5 39	95	18 ME	6 43	112	18 J	6 21	116
	17 59	98		19 03	110		18 42	113
19 L	6 20	100	19 J	7 23	106	19 V	7 03	109
	18 41	101		19 45	101		19 24	102
20 MA	7 01	100	20 V	8 06	94	20 S	7 46	95
	19 21	99		20 28	87		20 09	86
21 ME	7 43	96	21 S	8 53	78	21 D	8 32	77
	20 05	92		21 18	70		20 58	68
22 J	8 27	87	22 D	9 47	62	22 L	9 26	60
	20 51	82		22 19	55		21 58	52
23 V	9 16	76	23 L	10 56	49	23 MA	10 36	46
	21 43	69		23 39	45		23 18	43
24 S	10 12	63	24 MA	12 26	44	24 ME	12 04	42
	22 46	58						

**Tableau 1 – Heure de la pleine mer et coefficients
(en centièmes) de la marée à Brest
(au premier trimestre 1976) (suite)**

Janvier			Février			Mars		
Jour	Heure h min	Coeff.	Jour	Heure h min	Coeff.	Jour	Heure h min	Coeff.
25 D	11 23	54	25 ME	1 12	45	25 J	0 51	43
				13 54	49		13 33	46
26 L	0 03	52	26 J	2 30	54	26 V	2 08	50
	12 45	51		15 00	59		14 38	55
27 MA	1 27	53	27 V	3 27	64	27 S	3 04	61
	14 05	56		15 51	70		15 27	66
28 ME	2 39	60	28 S	4 12	75	28 D	3 47	70
	15 10	65		16 31	79		16 06	75
29 J	3 38	70	29 D	4 49	83	29 L	4 23	78
	16 03	74		17 06	86		16 40	82
30 V	4 26	79				30 MA	4 56	84
	16 47	82					17 11	86
31 S	5 07	85				31 ME	5 26	87
	17 25	88					17 41	87

2. Houle

2.1 Théories de la houle

2.1.1 Généralités

La surface de la mer présente généralement une suite indéfinie d'ondulations parallèles presque identiques qui se propagent de façon sensiblement uniforme vers le rivage. On appelle houle cet ensemble d'ondulations ou de vagues (figure 10).

Plus précisément, on appelle **creux** ou **hauteur** H la dénivellation maximale entre une crête et un creux successif, **longueur d'onde** L la distance qui sépare deux crêtes successives, **cambrure** le rapport H/L . La **période** T de la houle est le temps qui sépare le passage de deux crêtes successives en un point fixe. La vitesse moyenne de propagation des crêtes, c'est-à-dire L/T , est appelée **célérité** c .

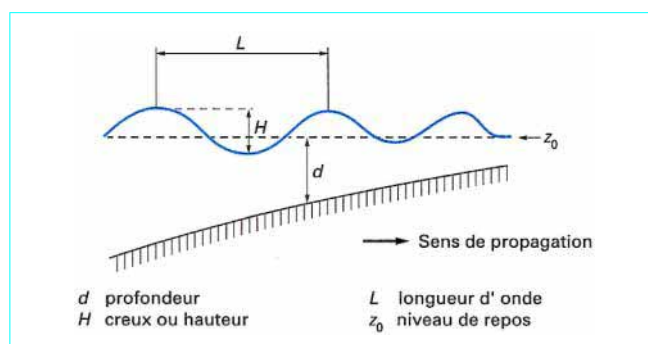


Figure 10 – Propagation de la houle

La hauteur de la houle en période de tempête est de l'ordre de quelques mètres ; elle ne dépasse pas une quinzaine de mètres sur le globe terrestre. La longueur d'onde de la houle varie de quelques dizaines à quelques centaines de mètres. La période varie de 3 à 20 s selon les dimensions de la mer. La cambrure de la houle est toujours de l'ordre de quelques pour-cent, elle ne peut théoriquement pas dépasser 14 %, mais elle est toujours plus faible car la houle déferle avant qu'elle n'atteigne cette valeur.

De nombreuses et diverses théories mathématiques ont été établies pour expliquer et calculer la houle régulière [1]. Mais la surface de la mer est beaucoup plus compliquée que celle décrite par la théorie. La houle réelle résulte d'un ensemble d'oscillations diverses qui chacune s'apparente individuellement à la houle théorique. La houle est une oscillation qui n'intéresse que la partie superficielle du fluide. Elle se propage sans déformation tant que la profondeur est grande ; à l'approche du rivage ou des ouvrages artificiels, sa propagation est modifiée par déferlement, réflexion, réfraction ou diffraction (§ 2.2).

2.1.2 Modèles mathématiques

2.1.2.1 Houle de Gerstner

Ce modèle établi en 1804 par Gerstner est une solution rigoureuse dans le cas d'un fluide à profondeur infinie (figure 11).

Chaque particule fluide est supposée tourner autour d'un point de coordonnées x_0, z_0 , en décrivant une circonférence de rayon R , décroissant exponentiellement avec la profondeur d . Les coordonnées x, z de chaque particule sont :

$$\begin{aligned} x &= x_0 - R_0 \exp(bz_0) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right) \\ z &= z_0 - R_0 \exp(bz_0) \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right) \end{aligned}$$

avec R_0 rayon initial,
 b constante à déterminer.

L'équation de continuité du fluide est satisfaite si :

$$b = 2\pi/L$$

Les équations de l'hydrodynamique permettent d'exprimer la pression p , laquelle est nulle à la surface libre si :

$$L = \frac{g T^2}{2\pi}$$

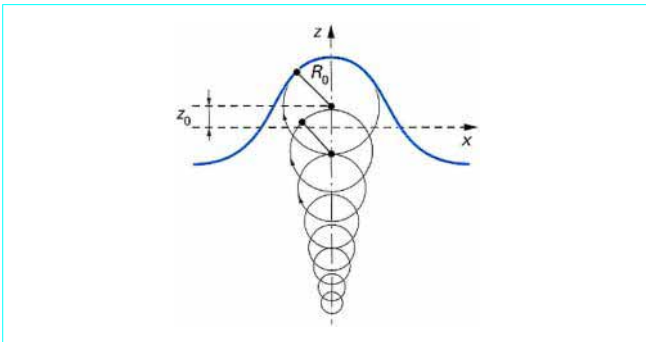


Figure 11 – Trajectoire des particules dans la houle de Gerstner

La hauteur H de la houle est égale à $2 R_0 \exp[2\pi(z_0/L)]$; le centre de la circonférence décrite par les particules de la surface libre est situé à la cote :

$$z_0 = \frac{\pi H^2}{4L}$$

c'est-à-dire au-dessus de la surface libre au repos ($z = 0$). La cote de la surface libre est donc :

$$\zeta = \frac{\pi H^2}{4L} - \frac{H}{2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right)$$

L'énergie de la houle s'évalue par longueur d'onde et unité de largeur. Elle est la somme, d'une part de l'énergie potentielle par rapport au niveau de repos :

$$E_p = \int_0^L \rho g \frac{\zeta^2}{2} dx \quad (1)$$

soit

$$E_p = \frac{1}{16} \rho g H^2 L \left(1 - \frac{\pi^2 H^2}{2 L^2} \right)$$

et, d'autre part, de l'énergie cinétique, V étant la vitesse du fluide,

$$E_c = \frac{1}{2} \int_{z=-\infty}^0 \int_{x=0}^L \rho V^2 dx dz \quad (2)$$

soit

$$E_c = \frac{1}{16} \rho g H^2 L \left(1 - \frac{\pi^2 H^2}{2 L^2} \right)$$

L'énergie totale est :

$$E = E_p + E_c = \frac{1}{8} \rho g H^2 L \left(1 - \frac{\pi^2 H^2}{2 L^2} \right)$$

2.1.2.2 Houle irrotationnelle de Stokes

L'hypothèse de base est que le **rotationnel est nul**. Il existe donc un potentiel des vitesses $\Phi(x, z)$, fonction harmonique, qui doit être périodique dans l'espace et le temps, et être tel que la vitesse s'annule sur le fond pour $z = -d$. La solution est :

$$\Phi(x, z, t) = -\frac{g H T}{4\pi} \frac{\operatorname{ch} 2\pi \frac{z+d}{L}}{\operatorname{ch} 2\pi \frac{d}{L}} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right)$$

Pour que la surface libre soit une surface isobare, le potentiel Φ doit donc satisfaire, pour $z = \zeta$, à :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$$

Il en résulte, en supposant ζ petit devant d :

$$L = \frac{g T^2}{2\pi} \operatorname{th} 2\pi \frac{d}{L} \quad (3)$$

C'est l'expression fondamentale qui relie la longueur d'onde L , la période T de la houle et la profondeur d . L'abaque de la figure 12 résout cette équation.

Exemples :

- La longueur d'onde L de la houle de période $T = 11$ s, en profondeur $d = 40$ m, vaut 170 m.
- La longueur d'onde L de la houle de période $T = 6$ s, en profondeur $d = 1,5$ m vaut 15 m.

L'expression de la cote de la surface libre est :

$$\zeta = \frac{H}{2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right)$$

La surface libre a la forme d'une sinusoïde d'amplitude totale H , qui se propage dans le sens des x croissants, avec la célérité :

$$c = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi} \operatorname{th} 2\pi \frac{d}{L} \quad (4)$$

Les composantes de la vitesse suivant les axes x et z sont :

$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\operatorname{ch} 2\pi \frac{z+d}{L}}{\operatorname{sh} 2\pi \frac{d}{L}} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right)$$

$$w = -\frac{\pi H}{T} \frac{\operatorname{sh} 2\pi \frac{z+d}{L}}{\operatorname{sh} 2\pi \frac{d}{L}} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right)$$

Les trajectoires des particules, obtenues par intégration de ces dernières expressions, sont des ellipses (figure 13). Ce sont donc des orbites fermées.

Au fond, l'ellipse est aplatie : le mouvement de la particule est oscillatoire rectiligne ; la longueur du segment AA' est $H/\operatorname{sh} 2\pi \frac{d}{L}$ et la vitesse maximale (au point B) vaut :

$$V_0 = \frac{\pi H}{T \operatorname{sh} 2\pi \frac{d}{L}}$$

À la surface libre, le petit axe de l'ellipse vaut H et le déplacement maximal horizontal DD' des particules est $H \coth 2\pi \frac{d}{L}$.

L'énergie contenue dans une longueur d'onde s'obtient de la même façon que pour la houle de Gerstner, avec les formules (1) et (2) ; l'énergie potentielle et l'énergie cinétique sont égales ; l'énergie totale est :

$$E = \frac{1}{8} \rho g L H^2$$

■ Dans le cas d'une **profondeur infinie**, les formules se simplifient :

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \quad c = \frac{gT}{2\pi}$$

$$u = \frac{\pi H}{T} \exp [2\pi (z/L)] \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right)$$

$$w = -\frac{\pi H}{T} \exp [2\pi (z/L)] \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right)$$

Les orbites des particules sont circulaires, leur rayon décroissant exponentiellement avec la profondeur.

■ Si la **profondeur** est **faible**, on peut confondre $\operatorname{th} 2\pi \frac{d}{L}$ avec $2\pi \frac{d}{L}$:

$$L^2 = gT^2 d \quad c = \sqrt{gd}$$

Il s'agit d'une onde de translation au premier ordre d'approximation ; en effet, les orbites sont alors pratiquement toutes identiques et très aplaties.

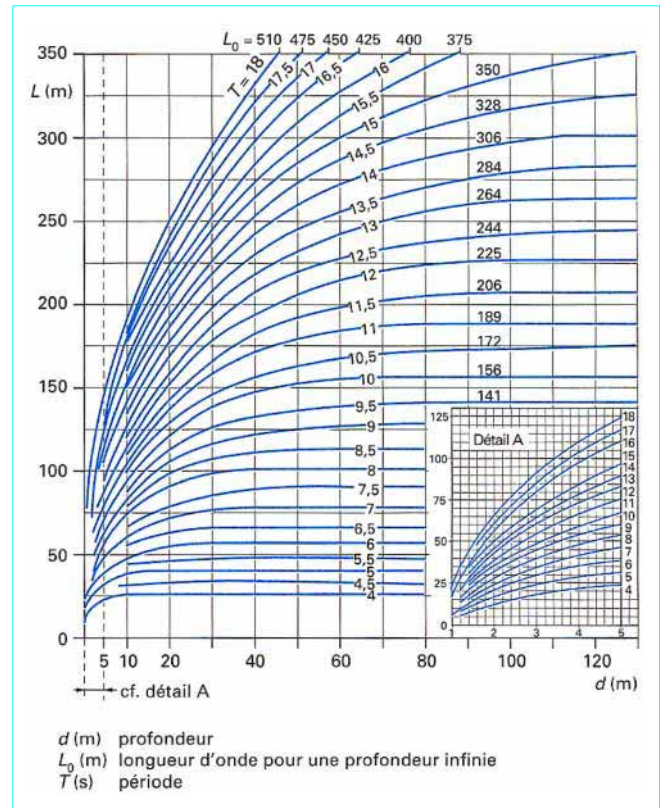


Figure 12 – Longueur d'onde L de la houle en fonction de la profondeur d et de la période T

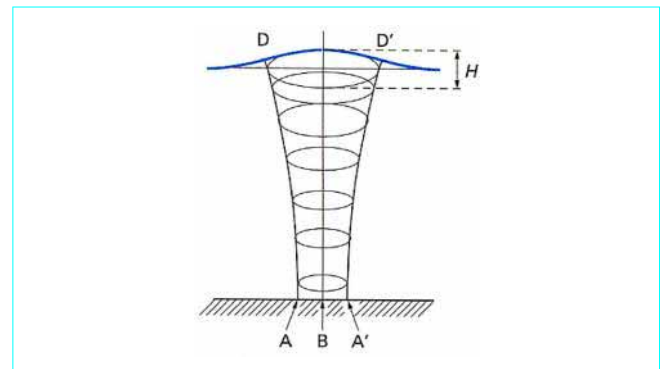


Figure 13 – Trajectoire des particules dans la houle de Stokes

2.1.2.3 Houle au deuxième ordre d'approximation

La houle irrotationnelle de Stokes n'est qu'une solution en première approximation. L'étude des ordres supérieurs se traduit par l'introduction d'harmoniques. C'est ainsi qu'au deuxième ordre [3] l'équation de la surface libre est, en coordonnées de Lagrange :

$$\zeta = \frac{H}{2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right) + \frac{3\pi H^2}{8L} \frac{\coth 2\pi \frac{d}{L}}{\operatorname{sh}^2 2\pi \frac{d}{L}} \cos 4\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right) + \frac{\pi H^2}{4L} \coth 2\pi \frac{d}{L}$$

Elle comporte un terme de période T , un terme de période $T/2$ et un terme constant. Le niveau moyen d'oscillation est à la cote :

$$\zeta_m = \frac{\pi^2 H^2}{2gT^2} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{1}{\text{sh}^2 2\pi \frac{d}{L}} \right) \coth^2 2\pi \frac{d}{L}$$

Il y a surélévation du niveau moyen au-dessus du niveau de repos, le creux total de la vague étant toujours H (figure 14).

Dans le cas de fortes tempêtes, la houle au deuxième ordre est accompagnée d'un courant horizontal d'entraînement dirigé dans le sens de propagation dans les parties superficielles et en sens inverse dans les parties profondes. L'intensité du courant est faible pour les faibles cambrures, elle est sensible pour les houles de tempêtes (figure 15a).

En surface, les trajectoires de type elliptique ne sont plus fermées ; elles se déplacent à la vitesse moyenne $v H^2$ dans la direction des x , $v(z)$ étant une fonction arbitraire à déterminer en fonction des conditions aux limites de l'écoulement. À chaque période, les orbites avancent de $H^2 v T$ (figure 15b).

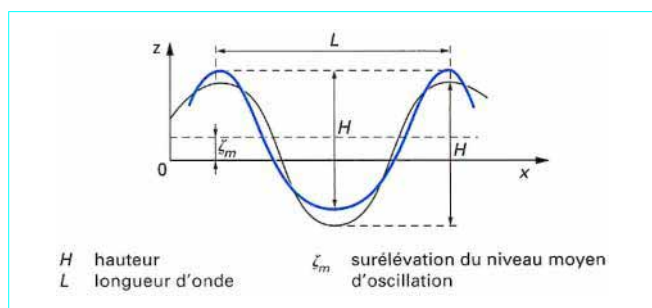


Figure 14 - Houle au 2^e ordre d'approximation

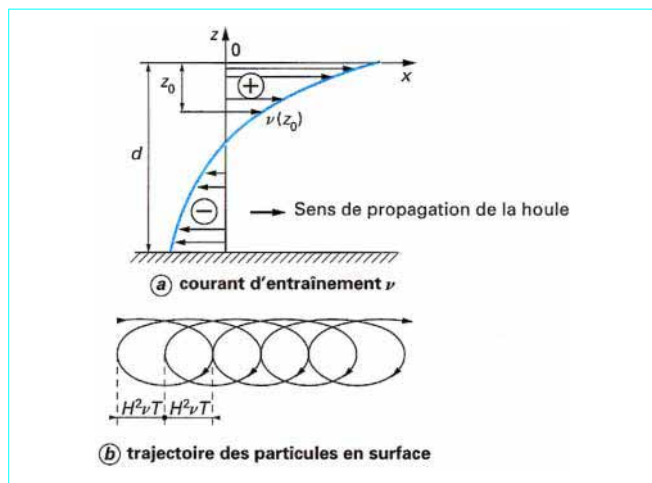


Figure 15 - Influence sur les vitesses de la prise en compte du 2^e ordre d'approximation de la houle

Au fond, dans le cas des tempêtes, la vitesse moyenne du courant résiduel vaut :

$$v(-d) H^2 = \frac{\pi H^2}{8 d T} \frac{\text{sh} 4\pi \frac{d}{L} - 4\pi \frac{d}{L}}{\text{sh}^2 2\pi \frac{d}{L}}$$

Les trajectoires se réduisent à un simple mouvement de va-et-vient, dont la résultante générale est en sens inverse de la propagation de la houle.

En revanche, lors des houles de « beau temps », c'est-à-dire de faible hauteur et sans vent, le courant résiduel au fond s'inverse et la résultante générale du transport de masse a le même sens que celui de la propagation de la houle. Cela explique pourquoi les houles de tempête emportent le sable vers le large alors que les houles de beau temps ramènent le sable vers la plage.

2.2 Déformation de la houle au cours de sa propagation

La hauteur de la houle ne peut pas prendre une valeur trop élevée, les vagues ne sont plus stables lorsque leur cambrure atteint une valeur limite. Cette valeur critique peut être atteinte soit par accroissement local du creux, soit par réduction de la longueur d'onde par suite de la diminution de la profondeur. Alors la vague est partiellement ou totalement détruite : la houle **déferle** (§ 2.2.1).

Lorsque la houle aborde une paroi imperméable, elle **se réfléchit** partiellement. La houle réfléchie en se combinant à la houle incidente donne naissance à des oscillations stationnaires appelées **clapotis** (§ 2.2.2).

Lorsque la houle se propage dans un milieu à profondeur variable, sa célérité varie. La vitesse n'est pas la même tout le long du front de la houle, les crêtes se déforment en plan : la houle **réfracte** (§ 2.2.3).

Lorsqu'un ouvrage n'arrête qu'une partie du front de houle, des oscillations se manifestent derrière l'ouvrage ; la houle contourne l'obstacle : elle **diffracte** (§ 2.2.4).

2.2.1 Déferlement

Lorsque la profondeur diminue, la seule caractéristique de la houle qui semble rester constante est la période. Pour étudier comment varient les autres paramètres, considérons le cas simple d'un fond en forme de plan incliné de faible pente, sur lequel la houle se propage dans la direction de la ligne de plus grande pente du fond. Supposons, de plus, que la plage n'induit pas de houle réfléchie, ce qui est vrai pour les pentes de moins de 10 %.

La longueur d'onde L_0 et la célérité c_0 au large, c'est-à-dire pour une grande profondeur, sont données par :

$$L_0 = \frac{g T^2}{2\pi} \quad c_0 = \sqrt{\frac{g L_0}{2\pi}}$$

On obtient, à la profondeur d , d'après les formules (3) et (4) :

$$L = L_0 \text{th} 2\pi \frac{d}{L} \quad c = c_0 \text{th} 2\pi \frac{d}{L}$$

Un premier résultat est que les crêtes de houle sont parallèles aux lignes de niveau. Cette observation suggère de faire l'hypothèse de la conservation de l'énergie transmise entre deux plans parallèles à la direction de propagation des ondes ; en effet, s'il n'en était pas

ainsi, il y aurait accumulation d'énergie entre deux plans parallèles aux crêtes. Il en résulte, H et H_0 désignant les hauteurs au-dessus de la profondeur d et au large :

$$H/H_0 = \frac{\text{ch } 2\pi \frac{d}{L}}{\sqrt{2\pi \frac{d}{L} + \text{sh } 2\pi \frac{d}{L} \text{ch } 2\pi \frac{d}{L}}}$$

De ce fait, la cambrure $\gamma = H/L$ varie ; rapportée à celle du large $\gamma_0 = H_0/L_0$, on obtient :

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{H/L_0}{H_0/L} = \frac{\coth 2\pi \frac{d}{L} \text{ch } 2\pi \frac{d}{L}}{\sqrt{2\pi \frac{d}{L} + \text{sh } 2\pi \frac{d}{L} \text{ch } 2\pi \frac{d}{L}}}$$

■ On doit à Miche [3] d'avoir mis en relief l'effet du rotationnel près du sommet des vagues. Miche propose de représenter la variation de la cambrure limite γ_ℓ en fonction de d/L :

$$\gamma_\ell = 0,14 \text{ th } 2\pi \frac{d}{L}$$

La cambrure maximale de la houle est donc 14 % en eau profonde ; pour les ondes longues, γ_ℓ est de l'ordre de 10 % ($d/L = 0,15$) à 8 % ($d/L = 0,1$) ; en profondeur très faible, $\text{th}(2\pi d/L)$ peut être confondu avec d/L ; la profondeur et la hauteur limites de déferlement d_c et H_c sont liées par l'expression :

$$d_c = 1,14 H_c$$

■ Une autre méthode, proposée par Munk [4] pour étudier le déferlement, consiste à considérer chaque vague prête à déferler comme une onde solitaire. Dans ces conditions, la hauteur au déferlement H_0 est liée à la hauteur et à la cambrure γ_0 du large par la relation :

$$\frac{H_c}{H_0} = 0,3 \gamma_0^{-1/3}$$

et

$$d_c = 1,28 H_0$$

■ En résumé, le déferlement est un phénomène au cours duquel l'onde est partiellement ou totalement détruite ; il est caractérisé par un haut degré de turbulence et une grande dissipation d'énergie. Du point de vue hydrodynamique, le phénomène se produit lors des éventualités suivantes :

- la vitesse des particules sur la crête de l'onde dépasse la célérité ;
- la condition de pression nulle à la surface ne peut pas être satisfaite ;
- l'accélération des particules sur la crête est plus grande que l'accélération de la pesanteur ;
- la surface libre devient verticale.

Pour les houles progressives irrotationnelles, le déferlement est lié à une valeur maximale de la cambrure. Les formules simples proposées, dans le cas où la plage a une pente faible ($< 5\%$), sont :

$$\frac{H}{L} < 0,14 \text{ th } 2\pi \frac{d}{L} \quad (\text{Miche 1944}) ;$$

$$\frac{H}{d} < 0,78 \quad \text{en eau peu profonde (Munk 1949).}$$

Lorsque la pente du fond est importante, le rapport entre H et d peut atteindre l'unité.

Au large, la cambrure limite est en général atteinte soit par addition des hauteurs de plusieurs vagues de célérités différentes, soit par action du vent ; c'est le déferlement sous forme de **moutons** (figure 16a). Sur un fond de pente faible, la houle déferle pour une faible cambrure, la vague s'écroulant en déversant sur sa face avant : c'est le **déferlement glissant** (figure 16b). Lorsque la pente du fond

augmente, le déferlement s'effectue sous la forme connue des **rouleaux plongeants** (figure 16c). Enfin, sur un fond très incliné, le déferlement se manifeste par un **gonflement**, sorte d'intumescence (figure 16d). Le **mascaret** s'apparente aussi au déferlement, c'est celui des ondes très longues (figure 16e).

2.2.2 Réflexion. Clapotis

2.2.2.1 Clapotis au premier ordre d'approximation

Lorsque la houle aborde sans déferler un mur vertical normal à sa direction de propagation, la vitesse de chaque particule d'eau se réfléchit sur la paroi imperméable. Une onde réfléchie identique à l'onde incidente, mais de direction opposée, prend naissance.

Au premier ordre d'approximation, on peut superposer les deux ondes. Les trajectoires des particules sont des droites, horizontales aux nœuds d'oscillation N, verticales aux ventres V (figure 17).

L'équation de la surface libre :

$$\zeta = H \cos 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{x}{L}$$

montre que l'amplitude totale aux ventres est $2H$.

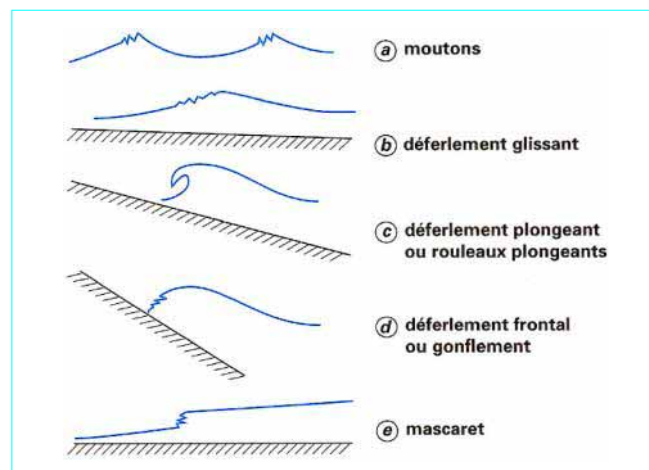


Figure 16 – Déferlement de la houle

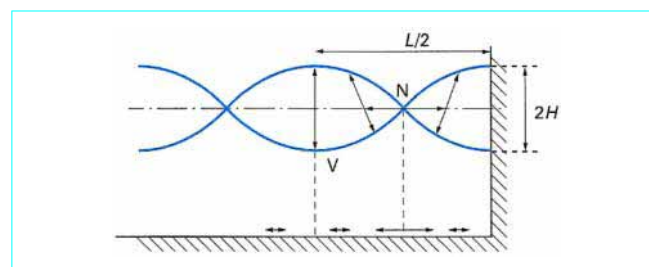


Figure 17 – Réflexion de la houle ou clapotis au 1^{er} ordre d'approximation

Au fond, la composante de la vitesse suivant x est :

$$u = \frac{2\pi H}{T \operatorname{sh} 2\pi \frac{d}{L}} \sin 2\pi \frac{t}{T} \sin 2\pi \frac{x}{L}$$

Elle est maximale au droit des nœuds d'oscillation et a une intensité double de celle de la houle simple ; la vitesse au fond est nulle sous les ventres d'oscillation.

2.2.2.2 Clapotis au deuxième ordre d'approximation

Le problème du clapotis (figure 18) est important du point de vue du calcul des digues verticales. Miche [3] a donné une solution telle que le mouvement ait pour amplitude totale $2H$ en surface et qu'il s'effectue verticalement le long des plans équidistants d'une demi-longueur d'onde. Puisqu'il existe une paroi verticale imperméable, le courant secondaire est supposé nul :

$$\zeta = H \cos 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{x}{L} + \frac{\pi H^2}{L} \left[\cos^2 2\pi \frac{t}{T} - \frac{1}{4 \operatorname{ch}^2 2\pi \frac{d}{L}} + \frac{3 \cos 4\pi \frac{t}{T}}{4 \operatorname{sh}^2 2\pi \frac{d}{L}} \right] \coth 2\pi \frac{d}{L}$$

L'amplitude totale est bien égale à $2H$; la cote moyenne d'oscillation est :

$$\zeta_m = \frac{\pi H^2}{L} \left[1 + \frac{3}{4 \operatorname{sh}^2 2\pi \frac{d}{L}} - \frac{1}{4 \operatorname{ch}^2 2\pi \frac{d}{L}} \right] \coth 2\pi \frac{d}{L}$$

Pour les grandes houles, telles que $d/L = 0,125$ par exemple, ζ_m est de l'ordre de $H/2$.

Les trajectoires des particules sont des paraboles à axe vertical pour les particules situées au nœud au repos ($\cos 2\pi x_0/L = 0$), et à axe oblique pour les autres positions de repos.

2.2.2.3 Pression due au clapotis

Dans le cas du clapotis au deuxième ordre d'approximation au droit de la muraille, la valeur maximale de la pression est obtenue quand l'affleurement est maximal ($t = 0$, cf. figure 18) ; la valeur minimale correspond à l'affleurement minimal ($t = T/2$). Les allures de variation de $p(z)$ sont celles de la figure 19.

Il convient de retrancher la pression hydrostatique correspondant au niveau de repos, car elle s'exerce aussi de l'autre côté de l'ouvrage. Dans ces conditions, sur la face côté mer du mur, la surpression est maximale pour $t = 0$, la dépression est maximale pour $t = T/2$. Les courbes présentent une cassure au point où est située la cote instantanée de l'eau.

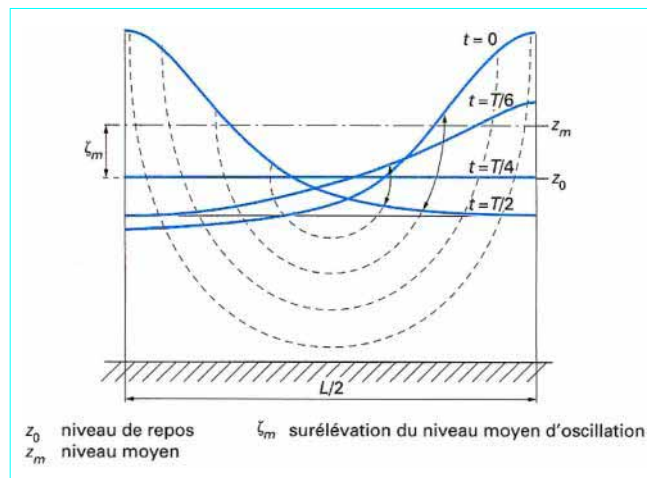


Figure 18 – Clapotis au 2° ordre d'approximation

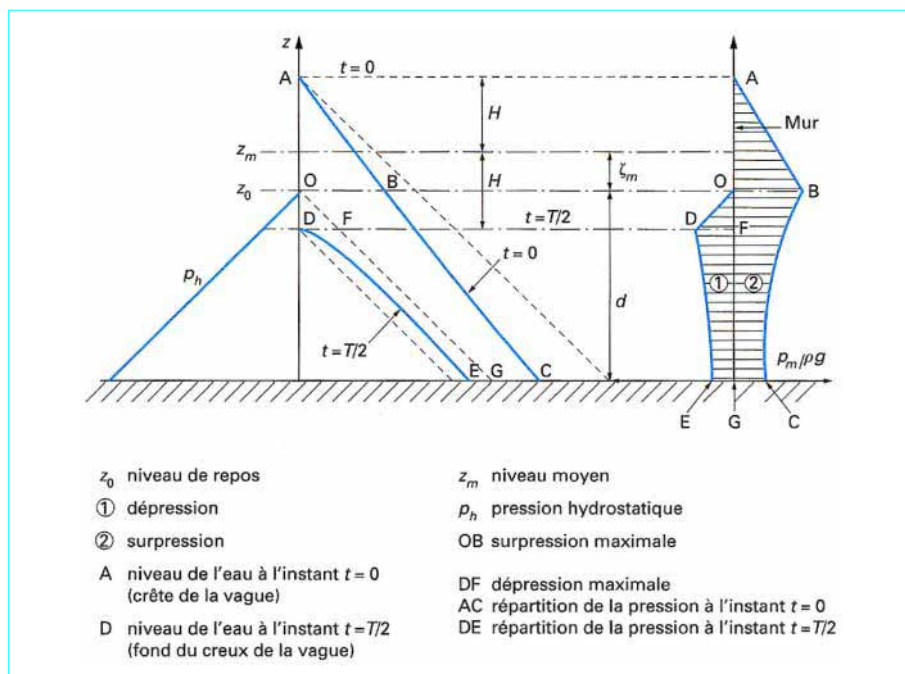


Figure 19 – Pression due au clapotis au droit d'un mur

La surpression maximale p_m correspond au point B, pour $x = 0$, $z = 0$, $t = 0$:

$$\overline{OB} = \frac{p_m}{\rho g} = H + \zeta_m - \frac{2\pi H^2}{L} \operatorname{th} 2\pi \frac{d}{L}$$

Au pied de la muraille ($z = -d$), la surpression est maximale pour $t = 0$:

$$\overline{GC} = \frac{p_m}{\rho g} = \frac{H}{\operatorname{ch} 2\pi \frac{d}{L}} \left[1 - \frac{\pi H}{L} \left(\operatorname{sh} 2\pi \frac{d}{L} - \frac{3}{4 \operatorname{sh}^3 2\pi \frac{d}{L}} \right) \right]$$

et la dépression pour $t = T/2$:

$$\overline{EG} = \frac{p_m}{\rho g} = \frac{H}{\operatorname{ch} 2\pi \frac{d}{L}} \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(\operatorname{sh} 2\pi \frac{d}{L} - \frac{3}{4 \operatorname{sh}^3 2\pi \frac{d}{L}} \right) \right]$$

La dépression maximale correspond au point D ; elle vaut :

$$\overline{DF} = \frac{p_m}{\rho g} = H - \zeta_m$$

Les points B, C, E et D étant ainsi définis, un diagramme de pression simplifié peut être construit en admettant que les courbes AB, BC, DE sont des droites. Une méthode plus élémentaire, dite de Sainflou, consiste à prendre $\zeta_m = 0$ et à négliger les termes du second ordre en H ; alors :

$$\overline{OB} = H \quad \text{et} \quad \overline{CG} = \overline{EG} = \frac{H}{\operatorname{ch} 2\pi \frac{d}{L}}$$

2.2.2.4 Réflexion sur une paroi inclinée

Lorsque la paroi réfléchissante est un plan faisant l'angle α avec l'horizontale, la réflexion n'est que partielle. Lorsque la cambrure est forte, une partie de l'énergie est détruite par déferlement.

Les houles moins cambrées se réfléchissent totalement ou partiellement ; le rapport $\tau = H_r/H_i$ entre la hauteur de la houle réfléchie et la hauteur de la houle incidente, ou **coefficient de réflexion**, est fonction de l'angle α du talus ; il diminue très vite avec α ; il est fonction de la cambrure γ_0 au large, il diminue quand elle augmente ; enfin, il dépend de la nature de la surface du talus :

$$\tau = \frac{k}{\gamma_0} \frac{2\alpha \sin^2 \alpha}{\pi}$$

avec $k = 0,9$ à 1 (revêtement lisse),
 $0,7$ à $0,8$ (revêtement en maçonnerie),
 $0,6$ à $0,7$ (enrochement en pierre),
 $0,5$ (massifs en blocs d'enrochement).

Exemple : l'abaque de la figure 20 montre qu'un talus de pente 3/1 (base 3 pour une hauteur 1) a un coefficient de réflexion de 0,49 pour une houle de cambrure 3 % ($\gamma_0 = 0,030$) au large.

2.2.3 Réfraction

La vitesse de propagation ou célérité de chacun des constituants de la houle est dans le cas général :

$$c = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} \operatorname{th} 2\pi \frac{d}{L}$$

Les houles les plus courtes se déplacent plus lentement que les longues.

Exemple : pour $L = 38$ m, $T = 5$ s, $c = 7,6$ m/s ;
 pour $L = 156$ m, $T = 10$ s, $c = 15,6$ m/s

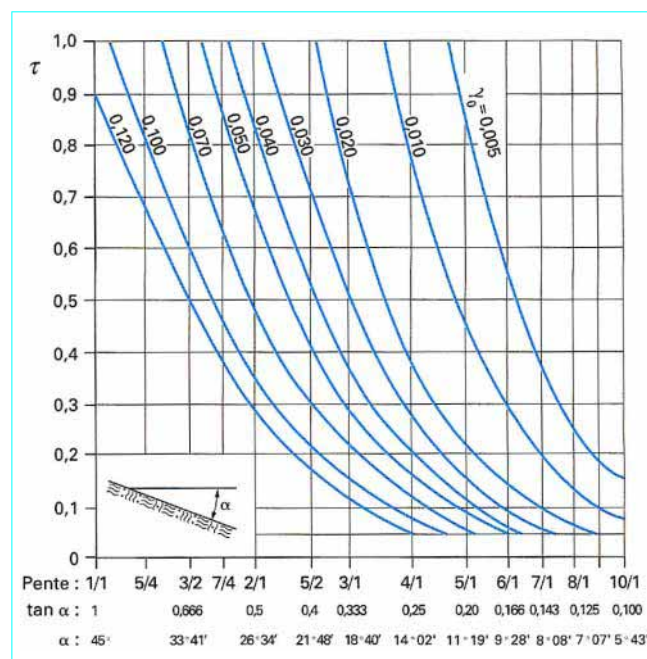


Figure 20 – Coefficient de réflexion τ d'un talus en fonction de la pente et de la cambrure γ_0 de la houle

■ Lorsque la **profondeur est grande**, c'est-à-dire égale à plus de la moitié de la longueur d'onde, $\operatorname{th} (2\pi d/L)$ diffère de moins de 2 % de l'unité :

$$c = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} ; \quad L = \frac{g}{2\pi} T^2 ; \quad L = 1,56 T^2$$

avec L en mètres et T en secondes.

■ Dans les zones de **faibles profondeurs**, inférieures à 4 % de la longueur d'onde, $\operatorname{th} (2\pi d/L)$ diffère de moins de 2 % de $2\pi d/L$; la célérité est alors :

$$c = \frac{L}{T} = \sqrt{gd}$$

Dans ce cas, les vagues se propagent à la même vitesse, quelles que soient leurs périodes.

■ La diminution de la célérité avec la profondeur a les conséquences suivantes :

— lorsque la houle se propage normalement aux lignes bathymétriques (ou lignes d'égale profondeur), sa longueur d'onde diminue au fur et à mesure de l'approche du rivage, car sa période reste constante. Les lignes de crêtes sont plus serrées au voisinage du rivage ;

— lorsque la direction de la houle est quelconque par rapport aux lignes bathymétriques, les célérités, et donc les longueurs d'onde, sont différentes en deux points voisins d'une même crête de houle (figure 21). Les lignes de crêtes ne restent donc pas parallèles ; elles sont plus serrées du côté des petites profondeurs. Le résultat est que les lignes de crêtes de la houle sont incurvées ; la houle tourne de façon à ce que ses lignes de crêtes deviennent parallèles aux lignes bathymétriques. Cet état d'équilibre est parfois atteint avant le déferlement si la pente du fond est très faible ; c'est le cas des plages au fond des baies ; il n'est pas atteint si la houle est très oblique ou si le fond varie rapidement au voisinage de la côte (figure 22).

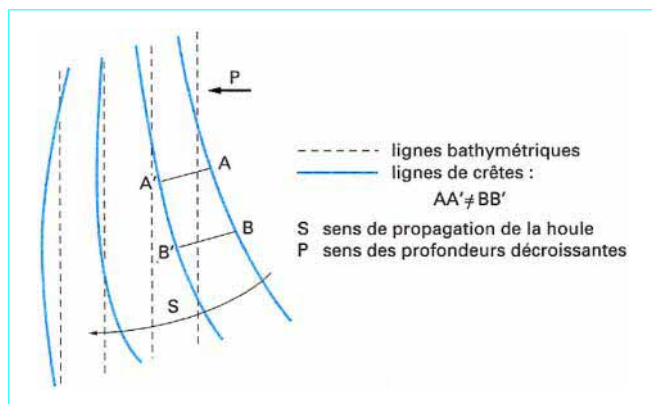


Figure 21 – Réfraction de la houle

La détermination des lignes de crêtes de la houle s'obtient en traçant le **plan des vagues**. Rappelons l'ancienne méthode manuelle fondée sur le principe d'Huyghens (figure 23). Soit c_1 la célérité au point P_1 où la profondeur est d_1 pour une houle de période T . La crête suivante se trouve à distance $c_1 T$, centrée sur le point considéré, tout au moins si la profondeur varie peu le long de la longueur $c_1 T$. Cette crête est aussi tangente à la circonférence de rayon $c_2 T$ centrée sur le point voisin P_2 où la profondeur est d_2 . La crête suivante est donc l'enveloppe des circonférences centrées sur la crête initiale et de rayon $c T$ la célérité c étant calculée à partir de la profondeur correspondant au centre de la circonférence et à partir de la période T .

La méthode moderne consiste à intégrer à l'aide d'un ordinateur l'équation différentielle des orthogonales aux crêtes de la houle. Les plans de vagues sont tracés pour une houle de direction donnée au large où la profondeur est grande et où elle n'influe pas sur la célérité de la houle. Dans cette zone, la crête de la houle est rectiligne ; elle se déforme au fur et à mesure que l'influence des fonds se fait sentir.

La méthode est utilisée pour étudier la houle au voisinage des côtes, et en particulier pour savoir sous quelle incidence elle aborde une plage ou un ouvrage. Un plan à grande échelle, dit **plan d'approche**, donne la propagation de la houle depuis les grands fonds jusqu'au voisinage de la côte. Un deuxième plan de vagues local, à plus grande échelle, est tracé à partir de la crête de la houle déjà incurvée donnée par le plan d'approche.

En raison du principe de la conservation de l'énergie transmise (aucune énergie ne traverse les orthogonales aux ondes : l'énergie qui passe entre A et B se retrouve entre A' et B', etc.), le long d'une orthogonale la hauteur de la houle varie en raison inverse de la racine carrée de la distance entre les orthogonales (figure 24). Ces hauteurs relatives sont indiquées sur la figure 22, par exemple.

Les singularités du fond influent beaucoup sur la propagation de la houle. Un haut-fond de dimension limitée ou un promontoire sous-marin s'étendant vers le large joue le rôle d'une lentille convergente. Il en résulte une convergence des orthogonales ; la hauteur de la houle augmente et la houle peut déferler. Les caps sont souvent le siège d'une focalisation de l'énergie de la houle ; la houle y déferle avec violence. Au contraire, dans les baies la houle s'épanouit ; la hauteur diminue avec la profondeur ; les vagues déferlantes ont alors un faible creux, et une énergie relativement faible est libérée par unité de longueur de la côte.

2.2.4 Diffraction

Le problème mathématique peut être facilement posé dans le cadre de la houle irrotationnelle. Le potentiel des vitesses est périodique de période T et satisfait à la condition d'imperméabilité des parois.

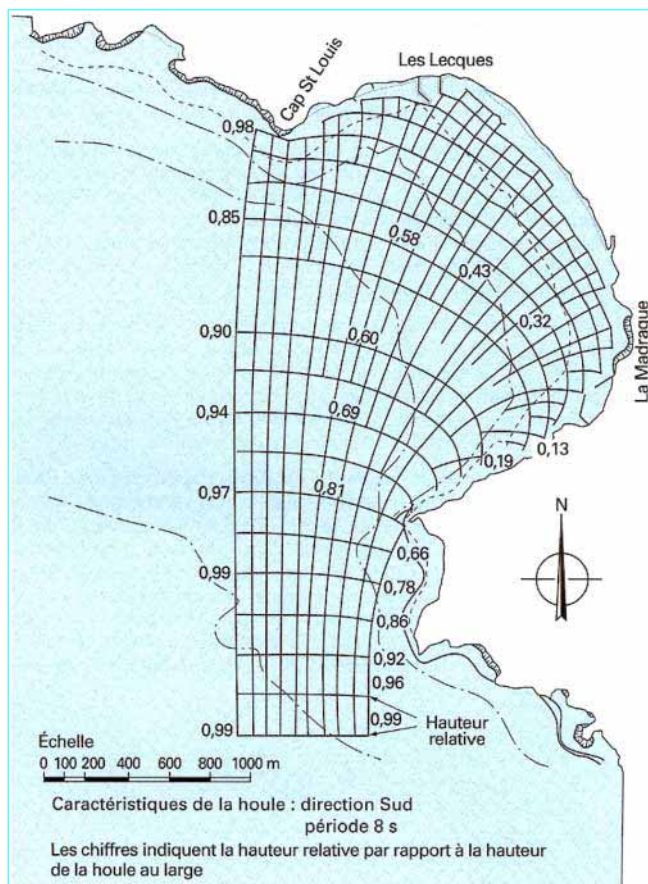


Figure 22 – Réfraction de la houle dans la baie des Lecques : plan d'approche

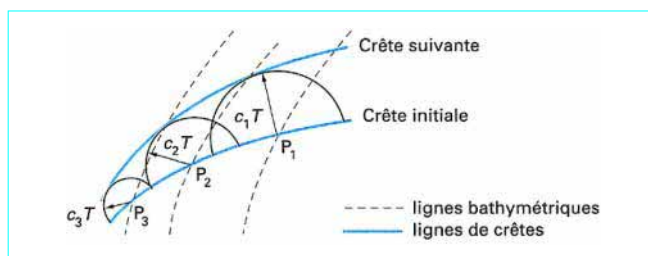


Figure 23 – Construction d'un plan des vagues, fondée sur le principe d'Huyghens

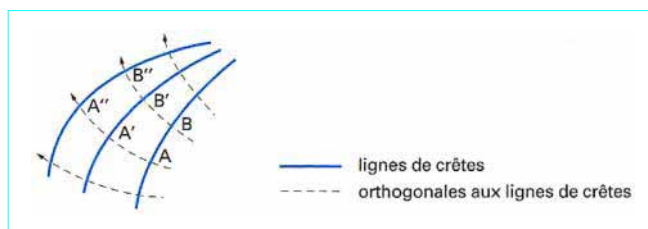


Figure 24 – Réseau des courbes orthogonales aux lignes de crêtes

Jusqu'à l'avènement des ordinateurs, la méthode utilisée pour calculer un plan de diffraction procédait soit d'un modèle réduit hydraulique, précis mais relativement onéreux (cf. article *Modèles en hydraulique maritime* [C 182]), soit de méthodes approchées, dont les plus célèbres sont celles de Lacombe, Iribarren et Larras. Actuellement les calculs sur ordinateurs peuvent donner rapidement des résultats, mais leur précision dépend du prix que l'on consent à payer (entre 2 000 et 10 000 F pour une période, une direction de houle et une configuration de port données) ; les méthodes approchées sont donc encore largement utilisées.

2.2.4.1 Cas où la profondeur est constante

Lorsque la profondeur varie peu, on peut utiliser les résultats du calcul théorique complet de la diffraction de la houle irrotationnelle de Stokes (§ 2.1.2.2) autour d'une jetée semi-infinie formant écran. Dans ce cas, avec les notations de la figure 25, le potentiel des vitesses s'exprime sous forme complexe par [5] :

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \frac{i g H}{4\pi} \frac{\text{ch}[2k(z+d)]}{\text{ch}(kd)} F(r, \theta, \alpha) \exp(2i\pi t/T)$$

avec $k = 2\pi/L$

$$F(r, \theta, \alpha) = (1+i) \{ \exp[-ikr \cos(\theta-\alpha)] I(U) + \exp[-ikr \cos(\theta+\alpha)] I(V) \} / 2$$

$$U = \sqrt{8r/L} \sin[(\theta-\alpha)/2]$$

$$V = -\sqrt{8r/L} \sin[(\theta+\alpha)/2]$$

$I(x)$ étant l'intégrale de Fresnel :

$$I(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-i\pi t^2/2) dt$$

Le module de la fonction $F(r, \theta, \alpha)$ représente le rapport de la hauteur de la houle au point de coordonnées r, θ par rapport à la hauteur de la houle au large, c'est-à-dire l'effet de la diffraction et de la réflexion de la houle dues à la présence de la jetée supposée imperméable et parfaitement réfléchissante (figure 25). Comme la fonction F ne dépend que des paramètres U et V , une simple lecture sur le tableau 2 à double entrée donne l'agitation relative au point $M(r, \theta)$ pour la houle de longueur d'onde L et d'incidence α .

Exemple : considérons une jetée réfléchissante Est-Ouest, abordée par la houle provenant du NNE ; quelle est l'agitation derrière la jetée à 75 m du musoir pour de la houle de 150 m de longueur d'onde ?

Les données numériques sont :

$$\alpha = 67^\circ 30', r/L = 0,5, U = V = -1,11$$

Le tableau 2 donne 38 %.

2.2.4.2 Méthode d'Iribarren

Cette méthode simple (figure 26) est fondée sur des considérations expérimentales. Lorsque la houle dépasse le musoir O, ce point devient émetteur de crêtes circulaires centrées sur O. En même temps, il se produit un appel de l'énergie qui se propage en suivant les crêtes de houle avec la même célérité que la houle ; le phénomène commence en un point Q situé à $L/4$ avant le musoir.

De ce fait, la zone d'agitation est limitée par la courbe $BB_1 B_2 B_3$ telle que $O_n B_n = O_n A_n$. Le long des arcs $A_n O_n B_n$, la hauteur varie en suivant une loi sinusoïdale depuis la hauteur du large H en O_n jusqu'à zéro en B_n .

On peut remarquer qu'au point B_n la hauteur vaut $H \frac{\sqrt{2}}{2}$, soit 0,71 H .

L'inconvénient de la méthode est l'existence d'une zone de calme à partir de la courbe $BB_1 B_2 \dots B_n$.

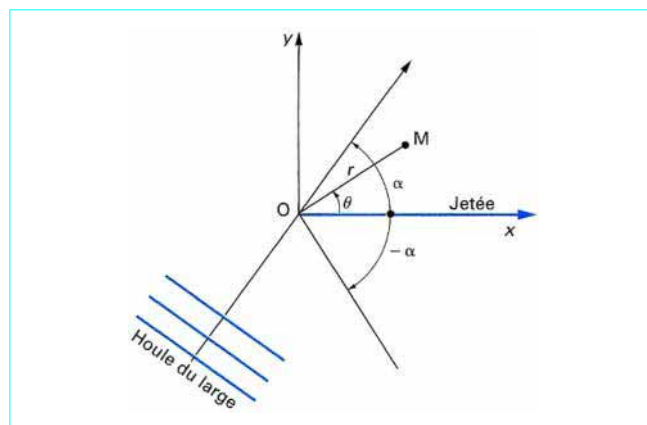


Figure 25 – Notations pour le calcul de la diffraction de la houle autour de la jetée semi-infinie Ox

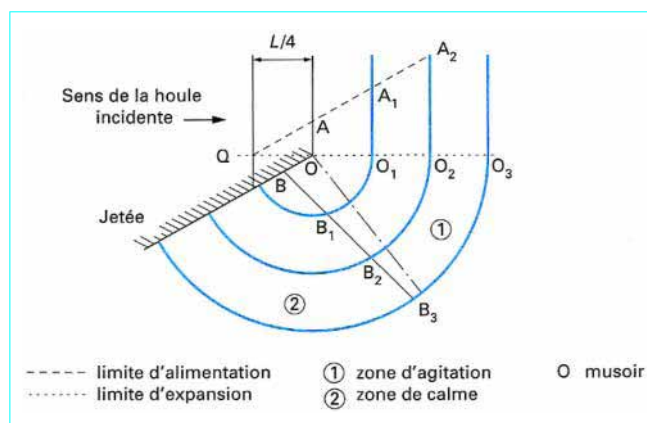


Figure 26 – Diffraction de la houle par la méthode d'Iribarren

2.2.4.3 Méthode du Laboratoire National d'Hydraulique

Il s'agit d'un calcul sur ordinateur, simplifié pour le rendre économique, avec les hypothèses suivantes (figure 27) :

- profondeur constante (pas de réfraction) ;
- calcul de la diffraction autour du premier musoir de jetée, en supposant celle-ci semi-infinie ;
- propagation de l'onde diffractée, jusqu'à ce qu'elle rencontre soit un deuxième musoir autour duquel elle diffracte à nouveau, soit un ouvrage de coefficient de réflexion donné.

Le calcul peut se faire dans le cas de deux diffractions successives au maximum (donc s'applique à la diffraction au travers d'une brèche) et deux réflexions successives sur les ouvrages amortissant suffisamment l'agitation.

Dans le cas d'une brèche entre deux jetées semi-alignées, le calcul est effectué sous forme de série de fonctions de Mathieu correspondant à la diffraction à travers une ouverture dans une jetée rectiligne infinie.

2.3 Observation et mesure de la houle

La houle réelle n'est pas le phénomène ondulatoire simple décrit par les théories élémentaires ; la houle pure n'existe que très rarement. On rencontre en général des ensembles de houles complexes, constituant des trains de vagues, dont l'étude est un problème de statistique.

Tableau 2 – Hauteur relative (en %) de la houle diffractée par une jetée semi-infinie en fonction de U et V

V	U																
	-20	-10	-5	-3,5	-2	-1,5	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0
-20,0	2	3	6	8	12	16	21	23	25	27	29	32	35	38	42	46	51
-10,0	3	5	7	9	13	17	22	24	26	28	30	33	36	39	43	47	52
-7,5	4	5	8	9	14	18	23	25	27	29	31	34	36	40	43	48	52
-5,0	6	7	9	11	16	19	25	26	28	30	32	35	38	41	45	49	53
-4,0	7	8	10	12	17	20	26	27	29	31	33	36	39	42	46	50	54
-3,0	9	10	12	14	19	22	28	29	31	33	35	38	41	44	47	51	56
-2,8	9	10	12	14	19	23	28	30	31	33	36	38	41	44	48	52	56
-2,6	10	11	13	15	20	23	29	30	32	34	36	39	42	45	48	52	57
-2,4	10	12	14	16	20	24	29	31	33	35	37	40	42	45	49	53	57
-2,2	11	12	15	17	21	25	30	32	34	36	38	40	43	46	50	54	58
-2,0	12	13	16	18	22	26	31	33	35	37	39	41	44	47	51	54	59
-1,8	13	14	17	19	23	27	32	34	36	38	40	42	45	48	52	55	60
-1,6	15	16	18	20	25	28	34	35	37	39	41	44	47	50	53	57	61
-1,4	16	18	20	22	26	30	35	37	39	41	43	46	48	51	55	58	62
-1,2	18	19	22	23	28	32	37	39	41	43	45	47	50	53	57	60	65
-1,1	20	21	23	25	30	33	39	40	42	44	47	49	52	55	58	62	66
-1,0	21	22	25	27	31	35	41	42	44	46	48	51	54	57	60	64	68
-0,9	23	24	26	28	33	36	42	44	46	48	50	52	55	58	62	66	70
-0,8	25	26	28	30	35	38	44	46	47	49	52	54	57	60	64	68	72
-0,7	27	28	30	32	37	40	46	48	49	52	54	56	59	63	66	70	74
-0,6	29	30	32	34	39	42	48	50	52	54	56	59	62	65	69	72	76
-0,5	32	33	35	37	41	45	51	52	54	56	59	62	64	68	71	75	79
-0,4	35	36	38	40	44	48	54	55	57	59	62	64	67	71	74	78	83
-0,3	38	39	41	43	47	51	57	58	60	63	65	68	71	74	78	82	86
-0,2	42	43	45	46	51	54	60	62	64	66	69	71	74	78	82	86	91
-0,1	46	47	49	50	54	58	64	66	68	70	72	75	78	82	86	90	95
0	51	52	53	55	59	62	68	70	72	74	76	79	83	86	91	95	100

V	U																
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,5	2	3,5	5	10	20
-20,0	51	56	62	68	74	81	88	95	101	107	111	107	93	98	102	99	100
-10,0	52	57	62	68	75	81	88	94	100	106	110	106	94	99	102	100	101
-7,5	52	57	63	69	75	81	88	94	100	105	110	106	94	99	101	101	101
-5,0	53	58	63	69	75	81	88	94	100	105	109	105	95	99	100	102	102
-4,0	54	59	64	70	76	82	88	94	99	104	108	105	96	100	99	102	103
-3,0	56	60	65	71	76	82	88	93	98	103	106	104	97	101	98	104	105
-2,8	56	61	66	71	76	82	88	93	98	102	106	104	97	101	98	104	105
-2,6	57	61	66	71	77	82	88	93	98	102	105	103	98	101	97	105	106
-2,4	57	62	67	72	77	83	88	93	98	102	105	103	99	101	97	105	106
-2,2	58	62	67	72	78	83	88	93	98	102	104	102	99	102	96	106	107
-2,0	59	63	68	73	78	83	89	93	98	101	104	102	100	102	96	107	108
-1,8	60	64	69	74	79	84	89	93	97	101	103	101	101	103	95	108	109
-1,6	61	65	70	75	80	85	89	94	97	100	102	100	102	104	95	109	110
-1,4	62	67	71	76	81	85	90	94	97	100	101	99	104	105	94	110	111
-1,2	65	69	73	78	83	87	91	95	98	100	101	98	106	107	94	113	113
-1,1	66	71	75	80	84	88	92	96	98	100	100	96	107	108	94	114	115
-1,0	68	72	77	81	85	90	93	96	99	100	100	95	109	110	93	116	117
-0,9	70	74	78	83	87	91	95	97	99	100	100	94	111	111	93	118	118
-0,8	72	76	80	85	89	93	96	98	100	100	99	92	113	113	93	120	120
-0,7	74	78	82	87	91	95	98	100	101	101	99	90	115	115	94	122	123
-0,6	76	81	85	89	93	97	100	102	103	102	100	88	117	118	94	124	125
-0,5	79	84	88	92	96	100	103	104	105	103	100	85	120	121	95	127	128
-0,4	83	87	92	96	100	103	106	107	107	105	101	81	124	124	97	131	132
-0,3	86	91	96	100	104	108	110	111	111	108	103	77	128	128	99	135	135
-0,2	91	95	100	105	109	112	115	116	115	112	106	73	132	133	103	139	140
-0,1	95	100	105	110	114	118	120	121	120	117	110	67	137	138	107	144	144
0	100	105	110	116	120	124	127	128	127	123	116	61	142	144	113	148	149

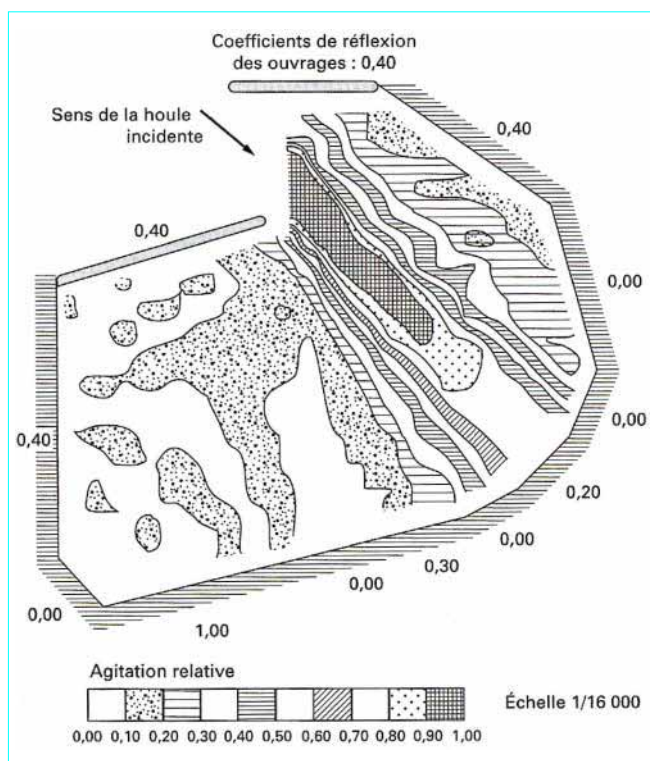


Figure 27 – Exemple de calcul de diffraction de la houle par la méthode du Laboratoire National d'Hydraulique

Passons en revue les différentes méthodes d'observation et de mesure de la houle.

2.3.1 Mâts de houle

Le plus simple procédé est d'observer le mouvement de l'eau par rapport à un objet fixe qui, pour ne pas perturber la houle, doit être de petite dimension. Cependant, la pose d'un mât de houle est une opération onéreuse qui n'est possible qu'à proximité du rivage ; l'observation en est malaisée aux moments intéressants où sévissent les tempêtes. L'emploi d'une série de contacts électriques échelonnés, commandés par l'eau, entraînant une variation de résistance ou de capacité, permet l'enregistrement continu. Il reste à transmettre les indications à la côte ; la pose d'un câble est une opération précaire et onéreuse ; la transmission par radio est donc plus intéressante.

2.3.2 Méthodes optiques

La photographie, la cinématographie et la stéréographie de la surface de la mer sont des solutions intéressantes si les appareils de prise de vue sont disposés à une hauteur différente, car il ne faut pas songer prendre systématiquement des vues d'avion en période de mauvais temps. Ces méthodes ont l'avantage de donner en plus la direction de la houle ; en particulier, la stéréographie est très intéressante et précise, mais onéreuse. Ces méthodes n'étant pas applicables la nuit ou par temps de brume, une méthode de photographie de la surface de mer à l'aide d'un radar de courte longueur d'onde (3 à 8 cm) a été mise au point. Les lignes de crêtes apparaissent nettement sur l'écran radar, en dessinant la direction de la houle et les figures de diffraction. La méthode est simple, peut fonctionner en permanence et est peu onéreuse ; mais elle ne donne pas l'amplitude de la houle.

2.3.3 Houlographes à ultrasons

Un sondeur à ultrasons (cf. article *Ultrasons* [E 1910] dans le traité *Électronique*) à faisceau très étroit (2 à 3°), posé sur le fond et dirigé vers la surface, en mesurant l'épaisseur de la couche d'eau permet d'enregistrer l'agitation au-dessus de lui. L'appareil doit être relié à l'enregistreur par câble, ce qui limite son emploi au voisinage d'installations en mer ou près des côtes.

Les informations sont obtenues sous forme d'impulsions électriques correspondant au retour du signal émis par l'appareil placé sur le fond. Elles sont directement utilisables pour être numérisées sous la forme de la cote de l'eau au-dessus du fond, toutes les 0,1 s par exemple. Les informations sont donc très riches et précises. La variation de la célérité du son entre le fond et la surface peut être corrigée à partir des mesures de température. Le seul inconvénient grave provient de ce que la limite air-eau des vagues couvertes de moutons ou des vagues déferlantes n'est pas suffisamment bien définie pour être détectée par l'appareil.

2.3.4 Houlographes à pression

À la profondeur d , la fluctuation de la pression due à la houle de hauteur H , exprimée en hauteur d'eau est :

$$p = \frac{H}{ch \, 2\pi \frac{d}{L}} \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

L'enregistrement de la pression fluctuante au fond permet de déterminer l'agitation de la surface libre à condition d'en connaître la période et la longueur d'onde. Si la houle est assez pure, la période peut être déduite directement des enregistrements et la longueur d'onde peut être calculée compte tenu de la profondeur. Mais comme le facteur d'amortissement $1/ch \, (2\pi d/L)$ croît rapidement, la méthode est surtout valable si d/L est petit, c'est-à-dire si la houle est longue et si l'appareil n'est pas immergé par trop grande profondeur (10 à 20 m).

L'appareil du Laboratoire National d'Hydraulique [6] comprend essentiellement un manomètre différentiel (figure 28). Il reçoit, d'une part, la pression au fond communiquée à de l'air sous pression par l'intermédiaire d'une membrane en néoprène et, d'autre part, la même pression après passage au travers d'un filtre constitué d'un tube fin qui empêche la transmission des fluctuations de pression de période de l'ordre de grandeur de celle de la houle. De cette façon, le manomètre n'est pas sensible aux variations de profondeur lentes dues aux seiches ou à la marée. Mais, du fait du coefficient d'amortissement de la pression avec la profondeur, il est peu sensible aux variations rapides de la surface libre ; il atténue les houles courtes. Le manomètre communique des déplacements à un petit miroir, ce qui permet d'avoir sur film une image suggestive de la pression en fonction du temps. L'enregistrement a lieu deux fois par jour ou à chaque pleine mer pendant 24 min. En cas de tempête, à partir d'un creux donné réglable, l'appareil se déclenche toutes les deux heures. L'appareil a une autonomie d'un mois environ.

2.3.5 Bouées accélérométriques

Un procédé très utilisé consiste à mouiller une bouée dont on mesure les accélérations verticales. Transmises par voie hertzienne et intégrées, ces mesures permettent de reconstituer les oscillations de la surface libre de la mer. L'avantage du système réside dans la grande autonomie de la bouée (6 mois au moins) et dans le fait que le matériel le plus coûteux d'analyse et de « sortie » des informations est à terre où il peut être interrogé en permanence. Enfin le matériel de mesure étant flottant, il est assez facile de le retrouver en cas de perte.

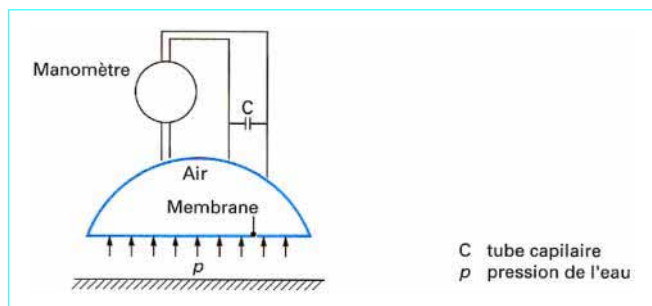


Figure 28 – Houlographe à pression du Laboratoire National d'Hydraulique

2.3.6 Mesures satellitaires

Le procédé moderne, en cours de développement, consiste à analyser l'énergie hertzienne rétrodiffusée par la surface de la mer émise sous forme d'impulsions par un satellite. Cette analyse permet d'obtenir le spectre d'énergie (§ 2.5) directionnel de la houle, à partir duquel on peut déterminer les hauteurs de la houle intéressantes pour élaborer les projets d'ouvrages maritimes.

La méthode ne permet pas d'obtenir des données continues sur un site, car les satellites ne repassent au-dessus du même point qu'après un délai assez long (35 jours pour le satellite ERS1). En revanche, la méthode permet de bien connaître la houle sur une portion d'océan de grande taille (plusieurs centaines de kilomètres).

2.4 Prédiction de la houle

Le mouvement de l'air au-dessus de la surface de l'eau provoque par frottement la formation d'ondes dont la vitesse de propagation est plus faible que celle du vent et dont l'amplitude est faible (5 à 25 mm).

Du fait du caractère irrégulier du vent, les rides se propagent dans toutes les directions ; lorsque le vent devient plus violent, une direction privilégiée apparaît. Les rides plus nombreuses et plus escarpées se composent en des ondulations plus importantes donnant plus de prise au vent et s'accroissant de plus en plus. En définitive, les rides dues au vent s'organisent en ondulations rectilignes de longueur limitée.

Quand le vent cesse, les vagues diminuent progressivement par viscosité, mais leur inertie est cependant suffisante pour les faire subsister pendant des milliers de kilomètres. Elles s'éteignent d'autant mieux qu'elles sont plus courtes ; de ce fait, l'agitation s'organise autour des ondulations les plus longues ; les ondulations de période voisine s'associent pour former des trains d'onde réguliers.

2.4.1 Utilisation de l'abaque de Bretschneider

La houle est d'autant plus longue et plus haute qu'il existe une plus grande étendue de mer libre dans la direction d'où elle provient ; cette distance D s'appelle le *fetch*. La hauteur maximale de la houle dépend aussi de la vitesse du vent W , du temps pendant lequel il souffle, et de la distance sur laquelle il agit. Diverses formules empiriques ont été proposées et des graphiques établis, donnant la hauteur et la période en fonction de la vitesse du vent et de sa durée d'action, puis de l'amortissement de cette hauteur en fonction de la distance parcourue par la houle à partir de la zone de génération.

L'abaque de la figure 29 donne les valeurs de la hauteur significative H et de la période T de la houle en fonction du fetch D , de la durée et de la vitesse W du vent.

On appelle *hauteur significative* la valeur moyenne des hauteurs des grandes vagues d'un train de houle irrégulière. Cette valeur est significative des actions de la houle. Plus précisément, il s'agit de la valeur moyenne du 1/3 supérieur des vagues (par exemple, les 10 grandes vagues d'un train de 30 vagues).

Connaissant la vitesse du vent, on suit l'ordonnée horizontale correspondante jusqu'à ce que l'on rencontre soit la ligne de durée donnée, soit la verticale correspondant au fetch donné ; H et T sont lus par interpolation. Rencontrer d'abord la ligne de durée signifie que le vent souffle seulement sur une partie de l'océan de grande étendue, c'est-à-dire loin des côtes. Dans l'autre cas il s'agit d'un vent soufflant sur une partie d'océan proche des côtes ; les vagues croissent à partir de la côte et leurs caractéristiques ne dépendent que du fetch et de la vitesse du vent.

Exemple : considérons un vent soufflant à 45 nœuds (82 km/h) sur une étendue marine de 100 milles marins ($D = 180$ km). À l'intersection de ces deux valeurs passe la ligne 8 h ; deux cas sont alors à considérer :

- le vent souffle depuis moins de 8 h, par exemple 6 h ; dans ce cas, l'intersection 45 nœuds – 6 h donne pour hauteur significative $H = 5$ m et période $T = 9,5$ s ;
- le vent souffle depuis plus de 8 h, par exemple 10 h ; dans ce cas, l'intersection 100 milles – 10 h donne $H = 3,4$ m, $T = 8,5$ s.

2.4.2 Utilisation des spectres d'énergie

Les mesures des spectres d'énergie de la houle à la surface des océans par les méthodes satellitaires (§ 2.3.6) ont conduit à mieux connaître les relations entre la houle du large et les conditions météorologiques océaniques. Il est donc devenu possible de simuler les tempêtes du large à partir des séquences d'événements météorologiques constatés ou imaginés, en utilisant des programmes de calcul préalablement sérieusement étalonnés. Le transfert de la houle du large à la côte s'effectue ensuite en utilisant les lois de la réfraction (§ 2.2.3).

2.5 Théorie statistique de la houle

On se reportera utilement à l'article *Méthodes d'études des problèmes classiques de dynamiques stochastique* [A 1 346] dans le traité Sciences fondamentales.

Les fondements de la théorie statistique de la houle consistent à supposer l'agitation de la mer, en dehors de la zone de génération de la houle, comme résultant de la superposition d'ondes de hauteurs, périodes, phases et directions aléatoires. On en déduit les résultats pratiques suivants.

2.5.1 Hauteur de houle significative

Les hypothèses précédentes permettent d'exprimer la densité de probabilité du niveau de la mer à la cote z par :

$$P(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} m_0} \exp(-z^2/2m_0)$$

le moment d'ordre zéro m_0 étant relié à l'énergie totale E_s de la houle aléatoire considérée, par unité de surface de la mer, par :

$$m_0 = E_s/\rho g$$

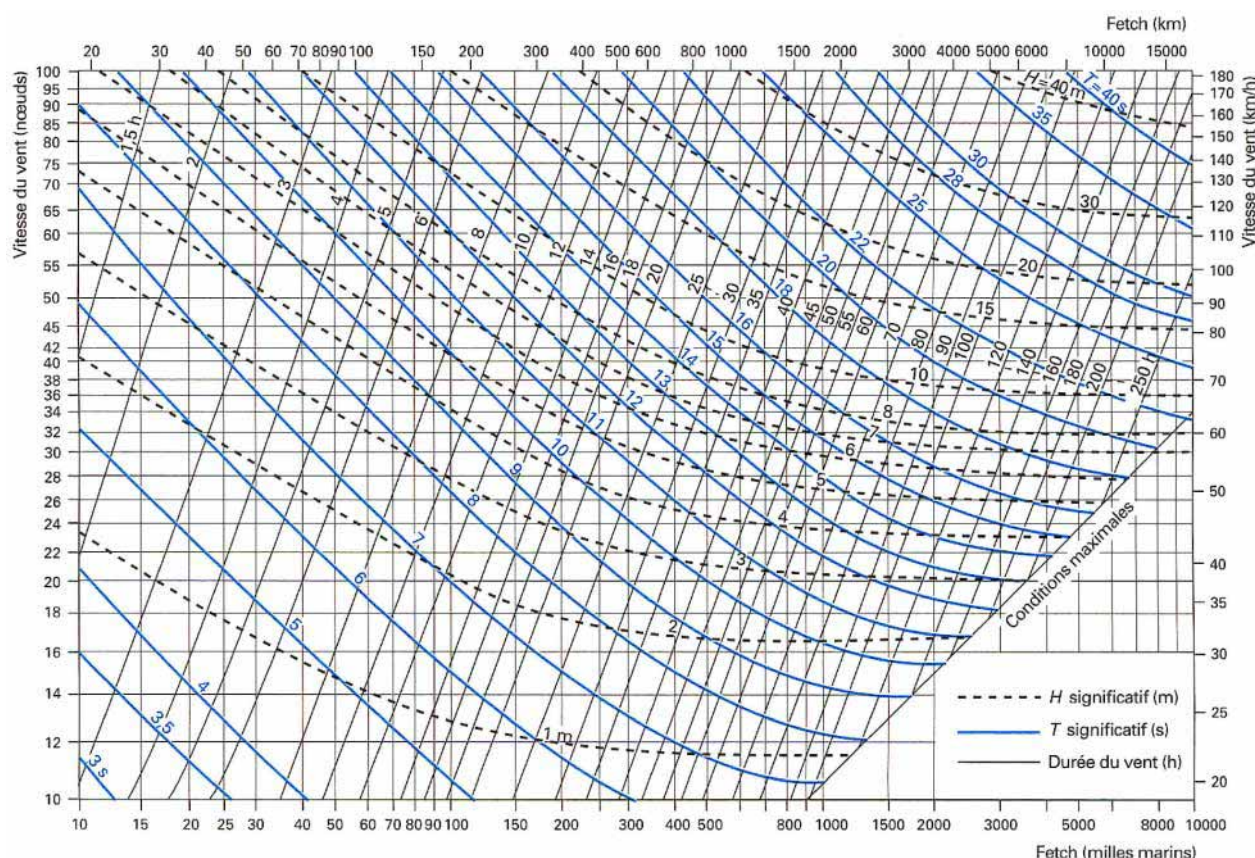


Figure 29 – Hauteur et période significatives de la houle en fonction de la longueur du fetch, de la durée et de la vitesse du vent

La densité de probabilité des points singuliers de la surface de la mer, par exemple les cotes des crêtes et des creux, s'exprime alors en fonction de m_0 et du paramètre ε , appelé **largeur du spectre d'énergie**. Ce paramètre traduit l'amplitude des périodes de la houle d'un train de vagues :

- $\varepsilon = 0$ si la houle a une seule période (spectre étroit) ;
- $\varepsilon \approx 1$ si beaucoup de périodes sont présentes (spectre large).

Il s'exprime simplement en fonction du nombre N_{max} de maximums et du nombre N_0 de passages par le niveau moyen d'oscillation (figure 30) :

$$\varepsilon^2 = 1 - (N_0/2 N_{max})^2$$

Lorsque $\varepsilon = 0$ (et pratiquement tant que $\varepsilon < 0,2$), la densité de probabilité des hauteurs H est :

$$P(H) = \frac{H}{4 m_0} \exp(-H^2/8 m_0)$$

ce qui permet d'exprimer quelques hauteurs caractéristiques d'un train de houle, de N vagues ($N > 100$) :

- hauteur moyenne : $H_m = \sqrt{2 \pi m_0}$
- hauteur significative : $H_s = 1,6 H_m$
- hauteur 1/10 : $H_{1/10} = 2,0 H_m$
- hauteur maximale : $H_{max} = 0,80 \left[\sqrt{2 \ln N} + \frac{0,577}{\sqrt{2 \ln N}} \right] H_m$

Cette dernière relation permet d'exprimer H_m (moyenne des hauteurs d'un enregistrement) à partir de la mesure directe de H_{max} et du nombre N de vagues bien formées sur l'enregistrement (figure 30). La hauteur significative H_s représente la valeur moyenne du tiers supérieur des hauteurs des vagues de l'enregistrement considéré, par exemple, la valeur moyenne des hauteurs des 40 plus grandes vagues d'un enregistrement de 120 vagues. La hauteur $H_{1/10}$ est la valeur moyenne du décile supérieur des hauteurs.

L'intérêt de la hauteur significative est d'être une mesure des grandes vagues d'une séquence de houle, *significative* du point de vue de l'attaque de la houle sur les structures souples, telles que les digues à talus, car elle conduit sensiblement aux mêmes dégâts qu'une houle de même hauteur H_s constante et de période constante. La hauteur $H_{1/10}$ peut être utilisée dans le même but, avec un pessimisme accru, puisqu'elle est de 25 % supérieure à H_s ; cela conduit à doubler le poids des éléments des carapaces des ouvrages de défense à talus.

Exemple : la hauteur maximale d'un train de houle de 300 vagues vaut 5 m : les relations ci-avant donnent :

$$H_{max} = 2,8 H_m ; H_m = 1,8 \text{ m} ; H_s = 2,8 \text{ m} ; H_{1/10} = 3,5 \text{ m}$$

À la hauteur maximale on associe, en général, la période associée T_{ass} des vagues bien formées ; à H_s on associe la période moyenne de l'enregistrement.

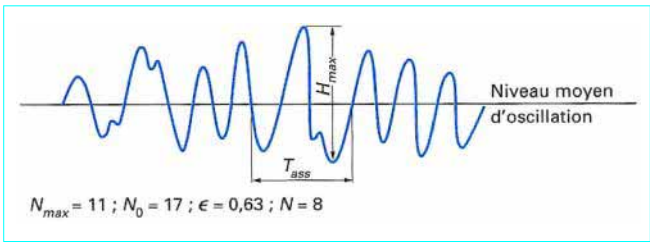


Figure 30 – Exemple d'enregistrement de houle

2.5.2 Détermination des hauteurs de houle extrêmes

Chaque enregistrement de houle étant caractérisé par une valeur d'une hauteur (généralement H_{max} ou H_s), la suite de ces valeurs constitue une série chronologique de houle. On choisit une valeur H_i dépassant un seuil H_0 donné par tempête, déterminée de façon que chaque tempête puisse être considérée comme un événement indépendant des tempêtes qui l'encadrent, pour raison de validité des raisonnements statistiques. Chaque valeur H_i (figure 31) est la valeur maximale des hauteurs H_{max} ou H_s de chaque tempête indépendante. La série de hauteur $H_i > H_0$ peut alors être utilisée pour approcher la fonction $F(H_i)$ de probabilité qu'une hauteur maximale de tempête H_i , supérieure à H_0 , ne dépasse pas une valeur choisie à l'avance H_t . Les formes les plus usuelles de $F(H_t)$ sont les suivantes :

- loi exponentielle : $F(H_t) = 1 - \exp[-p(H_t - H_0)]$
- loi de Pareto : $F(H_t) = 1 - \exp[-p(\lg H_t - \lg H_0)]$
- loi en carré : $F(H_t) = 1 - \exp[-p(H_t^2 - H_0^2)]$
- loi de Weibull : $F(H_t) = 1 - \exp[-p(H_t - H_0)^p]$

La loi $F(H_t)$ et le paramètre p sont choisis et définis par ajustement, graphiquement ou en utilisant un code de calcul [7], pour l'ensemble des seuils H_0 . L'utilisation d'un code de calcul permet en outre la détermination facile de l'intervalle de confiance de l'ajustement statistique.

La figure 32 donne un exemple d'ajustement à partir des valeurs H_t déduites d'enregistrements disponibles s'étendant sur 6 ans (la hauteur maximale H_t correspond alors à la fréquence 1/6) ; il est facile de déduire de la loi ajustée les valeurs des hauteurs décennale, centennale, etc.

Dans le cas d'un ajustement graphique, on utilise la loi exponentielle, tracée comme droite des moindres carrés des points de coordonnées H_t et le logarithme de leur fréquence annuelle, en utilisant un papier graphique semi-logarithmique.

2.5.3 Houle de projet, durée de retour et risque

L'ajustement décrit ci-avant permet d'estimer la fréquence d'apparition d'événements correspondant à une hauteur de houle H_t , que l'on étudie (H_{max} , H_s ou $H_{1/10}$, etc.), maximale par tempête. Compte tenu des hypothèses faites :

- l'indépendance des réalisations successives de H_t pendant l'unité de temps (l'année) ;
- l'invariance, en fonction du temps, de la probabilité q que H_t soit supérieur à H_T choisi à l'avance.

On peut montrer que la **durée de retour** T de l'événement H_T est simplement liée à $q(H_T)$ par :

$$T = 1/q(H_T)$$

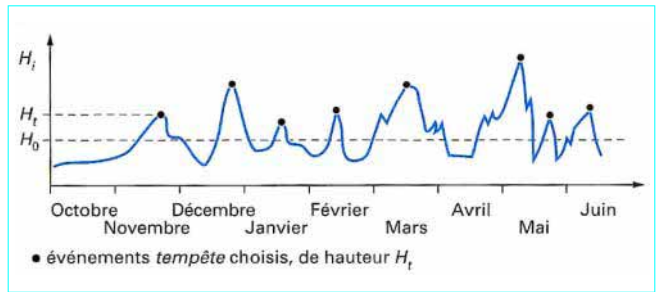


Figure 31 – Exemple de série chronologique de houle H

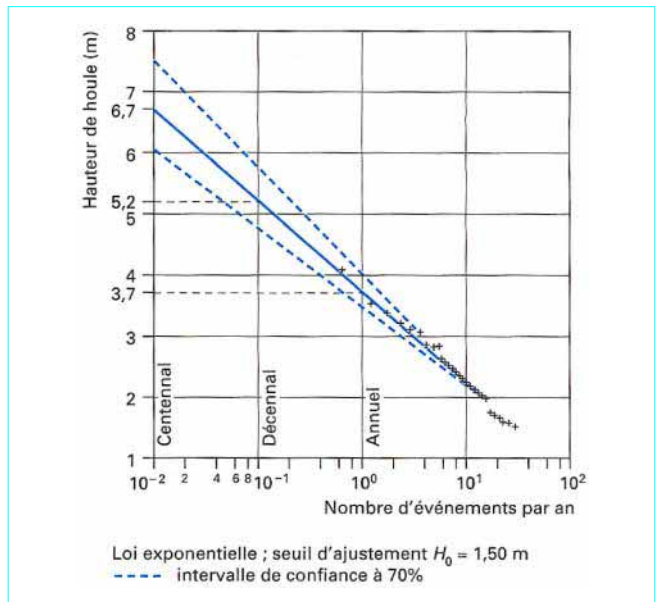


Figure 32 – Estimation des houles annuelle, décennale et centennale (Dunkerque, du 3.3.1966 au 17.1.1974)

En effet, la durée de retour T d'un événement est définie comme le nombre moyen d'années (l'année est une unité de temps significative du point de vue des événements houle) séparant deux occurrences successives de l'événement supérieur à H_T . Soit n le nombre d'unités de temps au bout duquel apparaît un nouvel événement $H \geq H_T$, la probabilité d'occurrence de la durée n est :

$$p(n) = q(1 - q)^{n-1}$$

La durée de retour T est, par définition, la valeur moyenne des durées n :

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} n p(n) = \sum_{n=1}^{\infty} n q (1 - q)^{n-1} = 1/q$$

en vertu de la relation :

$$\sum_{n=1}^{\infty} n x^n = 1/(1 - x)^2$$

Si, à la hauteur de houle H_T , de durée de retour T , correspond un dommage E sur un ouvrage, on peut alors calculer la probabilité du risque de dommage E , c'est-à-dire de l'occurrence d'au moins

un événement $H \geq H_T$ pendant la durée de vie L de l'ouvrage. En effet, la probabilité que n (nombre d'années au bout desquelles apparaît un nouvel événement $H \geq H_T$) soit inférieur à L est :

$$p(n \leq L) = \sum_1^L p(n) = q \sum_1^L (1-q)^{n-1} = 1 - (1-q)^L$$

La probabilité p_E du dommage E pendant la durée L est donc :

$$p_E = p(n \leq L) = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^L$$

Si $T > 10$ ans, on peut approcher l'expression ci-avant par :

$$p_E = 1 - \exp(-L/T)$$

Inversement, la durée de retour T qui définit la **houle de projet** à prendre en compte, pour que la probabilité de dommage E , au cours de la durée de vie de l'ouvrage, dépasse le seuil p_E est :

$$T = -L / \ln(1 - p_E)$$

Le tableau suivant montre que la durée de retour de la houle de projet doit être égale à plusieurs fois la durée de vie de l'ouvrage pour limiter le risque de dommage à un niveau acceptable :

T/L	1	2	5	10	20	50
p_E	0,63	0,39	0,18	0,10	0,05	0,02

Références bibliographiques

- [1] BONNEFILLE (R.). – *Cours d'hydraulique maritime*. (3^e éd.) Masson (1992).
- [2] ROLLET de L'ISLE. – *Observation, étude et prédiction des marées*. Service Hydrographique et Océanographique de la Marine (1905).
- [3] MICHE (R.). – *Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur croissante ou décroissante*. Ann. Ponts Chaussées (F), juin-août 1944.
- [4] MUNK (W.H.). – *The solitary wave theory and its application to surf problems*. Ann. New York Academy Sci (USA) 51, act 3, p. 376-424, mai 1949.
- [5] LAMB (H.). – *On sommerfeld's diffraction problem and on reflection by a parabolic mirror*. Proc. London Math. Soc. (2) L IV, p. 190-203 (1906).
- [6] VALEMBOIS (J.). – *Les appareils réalisés à Chatou, pour la mesure de la houle naturelle*. Fifth Conference on Coastal Engineering. American Society of civil Engineers New York. Grenoble, p. 170-176, sept. 1954.
- [7] BERNIER (J.), DARRAS (M.), GRAFF (M.) et MANOHA (B.). – *Prédiction statistique des états de mer extrêmes*. Annales des Ponts et Chaussées (F) n° 43, p. 21-33, 3^e trim. (1987).